Рівномірний рух тіла по колу. Період і частота обертання.
Кутова швидкість.

Найпростішим видом криволінійного поступального руху тіла є його рух по колу, коли всі точки цього тіла рухаються по однакових колах. Такий рух зустрічається досить рідко: так рухаються кабінки оглядових

коліс у міських парках. Водночас будь-який складний криволінійний рух тіла на досить малій ділянці його траєкторії можна наближено розглядати як рівномірний рух по колу. вивчати довільний криволінійний рух треба починати від простішого: вивчення рівномірного руху по колу. Прикладами рівномірного руху по колу можна наближено вважати: рух штучних супутників Землі, рух обертових частин у механізмах тощо.

Основні поняття та формули:

Період ***– час, за який тіло зробить один повний оберт по колу.***

$$T = \frac{t}{N}$$

Період позначається літерою *T* та в СІ вимірюється в *секундах* (*с*).

$$\nu = \frac{N}{t}$$

Частота ***– кількість обертів по колу, які виконує тіло за одиницю часу.***

Частота позначається літерою ν та в СІ вимірюється в *герцах* або в ($с^{-1}$)
Період і частота – взаємо обернені величини:

$$T = \frac{1}{\nu}$$

Кутова швидкість ***– це фізична величина, яка чисельно рівна куту повороту радіус вектора тіла φ за одиницю часу t.***

$$\omega = \frac{\varphi}{t}$$

Кутова швидкість позначається літерою ω *«омега»* і вимірюється в СІ у *радіанах за секунду* (*рад/с*).

Ще однією цікавою особливістю рівномірного руху тіла по колу є те, що незважаючи на свою назву – це прискорений рух. Тобто, під час руху по колу тіло має прискорення. Чому?

Щоб це зрозуміти звернемось до означення прискорення:

Прискорення ***– це швидкість зміни швидкості.***

Оскільки швидкість – це векторна величина, то вона характеризується величиною та напрямком, а тому може змінюватись як за величиною так і за напрямком. На попередніх уроках Ви розглянули зімну вектора швидкості за величиною і навчились обчислювати прискорення тіла при цьому. Яким же чином знайти прискорення, якщо швидкість за величиною залишається незмінною, а лише змінює свій напрям?

Для цього розглянемо рівномірний рух тіла по колу з точки A в точку B за невеликий проміжок часу Δt. (рис 1). Під час цього руху тіло проходить шлях Δs, який дорівнює довжині дуги AB. Вектор швидкості тіла в точці A позначимо $\vec{\upsilon}_1$, а в точці B - $\vec{\upsilon}_2$, оскільки рух тіла рівномірний то модулі цих векторів рівні: $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$.

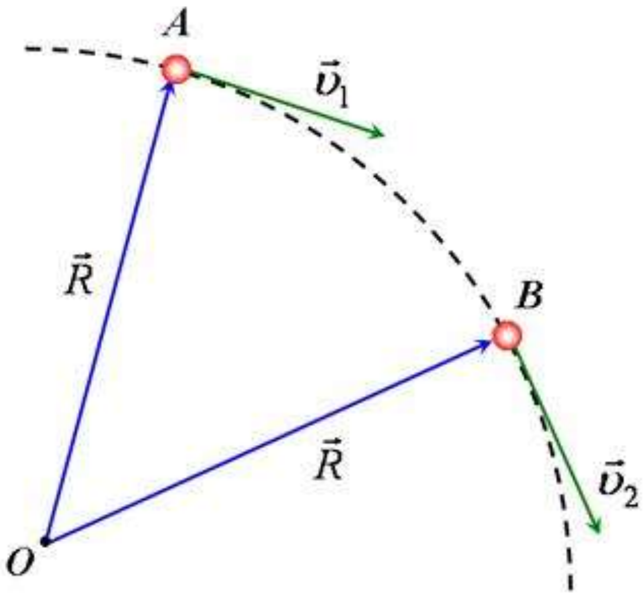


рис 1

З точки зору векторної алгебри вектор прискорення в Δt раз менше за вектор зміни швидкості:

$$\vec{a} = \frac{1}{\Delta t}\Delta\vec{\upsilon} \quad (1)$$

$$\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1 \quad \vec{a}\uparrow\uparrow\Delta\vec{\upsilon}$$

Знайдемо графічно вектор зміни швидкості , перемістивши паралельним переносом вектор $\vec{\upsilon}_1$ з точки A в точку B (рис 2).

Знайшовши вектор зміни швидкості $\Delta\vec{\upsilon}$ величину і напрямок прискорення знайдемо з таких міркувань. Позначимо кут повороту радіус-вектора тіла $\vec{R}$ через φ. Оскільки швидкість тіла завжди напрямлена по дотичні до траєкторії, то радіус-вектор тіла $\vec{R}$ а миттєва швидкість тіла в точці завжди взаємо перпендикулярні, а тому кут між векторами $\vec{\upsilon}_1$ та $\vec{\upsilon}_2$ теж дорівнюватиме φ. Оскільки рух тіла рівномірний і $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$, то ΔBCD рівнобедрений з основою CD. Кути при основі цього трикутника позначимо α.

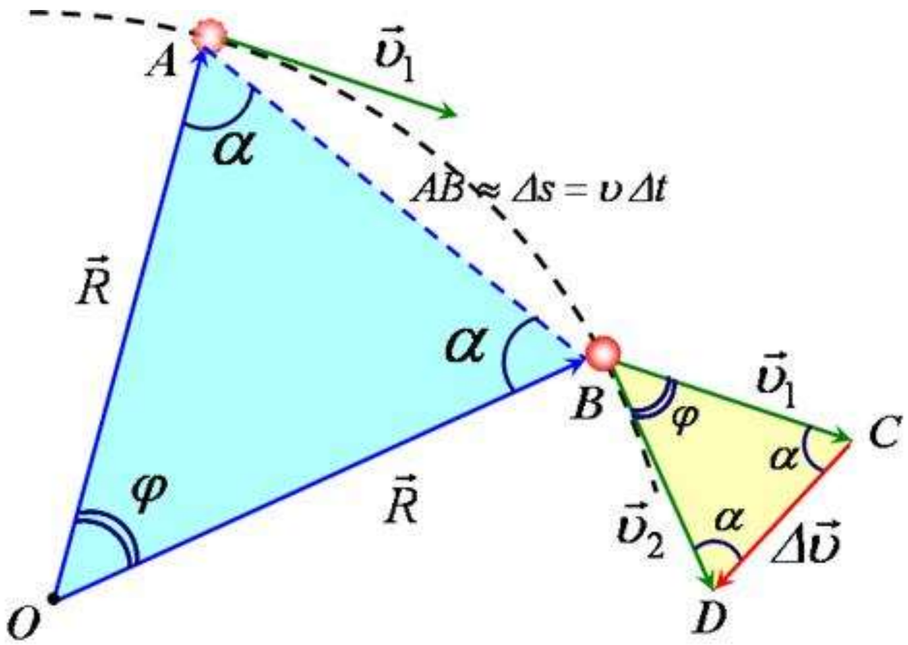


рис 2

Розглянемо ΔOAB, який замітає радіус-вектор тіла під час рівномірного руху тіла по колу. Він теж є рівнобедреним, оскільки під час руху тіла радіус кола, по якому рухається тіло не змінюється. Оскільки радіус-вектор тіла і вектор миттєвої швидкості взаємо перпендикулярні, то кути при основі AB трикутника ΔOAB теж дорівнюють α.

Якщо проміжок часу Δt, протягом якого відбувається рух, малий ($\Delta t \to 0$), то довжина дуги *AB* сектора *OAB* приблизно дорівнює хорді *AB*, тоді можна записати, що хорда *AB* дорівнює:

$$AB \approx \Delta s = \upsilon \Delta t$$

Тоді ΔBCD та ΔOAB подібні за трьома кутами. З подібності трикутників слідує ,що відповідні сторони трикутників пропорційні, тобто:

$$\frac{CD}{AB} = \frac{BD}{OA} \text{ або } \frac{\Delta\upsilon}{\upsilon\Delta t} = \frac{\upsilon}{R}$$

Перепишемо цей вираз у такому вигляді: $(\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t})\frac{1}{\upsilon} = \frac{\upsilon}{R}$ (2)

Відношення $\Delta\upsilon/\Delta t$ за формулою (1) – це і є прискорення, тоді формула (2) перепишеться:

$$\frac{a}{\upsilon} = \frac{\upsilon}{R}$$

Звідки прискорення $a = \frac{\upsilon^2}{R}$ (3)

Використовуючи формулу зв'язку кутової та лінійної швидкості $\upsilon = \omega R$ можна отримати й інші формули для визначення доцентрового прискорення:

$$a_д = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \omega^2 R = \omega\upsilon$$

Визначимо напрям цього прискорення:

Як видно із співвідношення (1) $\vec{a} \uparrow\uparrow \Delta\vec{\upsilon}$. Оскільки $\Delta t \to 0$, то кут повороту радіус-вектора теж прагне до нуля: $\varphi \to 0$. В цьому випадку кут α буде прагнути до 90^0 ($\alpha \to 90^0$). Тобто вектор зміни швидкості буде напрямлений по радіусу кола до центра кола (рис 2). В цьому ж напрямі буде напрямлений і вектор прискорення.

Отже, вектор прискорення напрямлений по радіусу до центра кола, по якому рухається тіло. Тому це прискорення називають ще доцентровим або нормальним.

Зверніть увагу на те, що доцентрове прискорення характеризує швидкість зміни швидкості за напрямком, а НЕ за модулем . Це прискорення позначається $\vec{a}_д$.

***Доцентрове прискорення** – це прискорення, яке характеризує зміну швидкості лише за напрямком.*

Прискорення, яке характеризує зміну швидкості ЛИШЕ за модулем ($a_x = \dfrac{\upsilon_x - \upsilon_{0x}}{\Delta t}$) називають тангенціальним і позначається $\vec{a}_\tau$.

***Тангенціальне прискорення** – це прискорення, яке характеризує зміну швидкості лише за модулем.*

Тангенціальне прискорення напрямлене, як і миттєва швидкість, по дотичній до траєкторії. Отже, доцентрове та тангенціальне прискорення взаємо перпендикулярні (рис 3). Векторна сума доцентрового та тангенціального прискорень дають вектор повного прискорення тіла $\vec{a}$.

$$\vec{a} = \vec{a}_д + \vec{a}_\tau$$

***Повне прискорення** – це векторна сума доцентрового та тангенціального прискорень..*

З цих міркувань модуль повного прискорення тіла можна знайти за теоремою Піфагора:

$$a = \sqrt{(a_д)^2 + (a_\tau)^2}$$

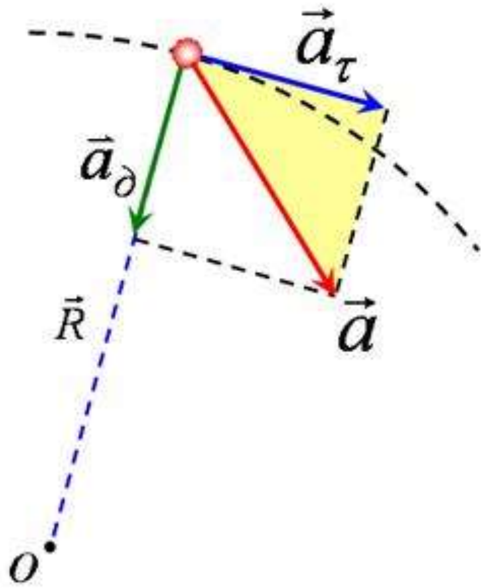


рис 3

ВИСНОВКИ

- **При русі тіла по колу, тіло має доцентрове прискорення;**
- **Доцентрове прискорення – це прискорення, яке характеризує зміну швидкості за напрямком.**
- **Тангенціальне прискорення характеризує зміну швидкості за модулем;**
- **Доцентрове прискорення напрямлене по радіусу кола до його центру;**
- **Величина доцентрового прискорення визначається за формулою:**

$$a_д = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R = \omega\upsilon$$

ГОЛОВНЕ!!!:

• Рівномірним рухом по колу називається рух по колу зі сталою за модулем швидкістю.

• Основні характеристики рівномірного руху по колу: радіус кола r, період обертання T, частота обертання ν, кутова швидкість ω.

• Співвідношення між цими величинами:

$$\upsilon = \frac{2\pi r}{T}, \quad \nu = \frac{1}{T}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

• Миттєва швидкість у певній точці траєкторії напрямлена по дотичній до траєкторії в цій точці, тобто перпендикулярно до радіуса, проведеного з центра кола в цю точку. Під час рівномірного руху по колу прискорення в кожний момент часу напрямлене по радіусу до центра кола. Модуль доцентрового прискорення можна знайти за будь-якою з формул:

$$a = \frac{\upsilon^2}{r}, \quad a = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2, \quad a = \omega^2 r.$$

Приклад задачі:

1.

Яка швидкість руху Землі на її орбіті навколо Сонця? Виразіть цю швидкість у кілометрах за секунду. Відстань від Землі до Сонця можна прийняти рівною 150 млн км.

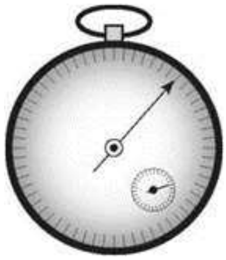
Розв'язання. Період T обертання Землі під час її руху навколо Сонця дорівнює 1 року. Виражаючи період у секундах, отримаємо $T = 365 \cdot 24 \cdot 3600$ с $\approx 3{,}15 \cdot 10^7$ с. Отже,

$$\upsilon = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 150 \cdot 10^6 \text{ км}}{3{,}15 \cdot 10^7 \text{ с}} = 30 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Відповідь: $30 \frac{\text{км}}{\text{с}}$.

Розв'язати задачі:

• Скільки обертів ручки криничного коловорота необхідно зробити, щоб підняти відро з водою з криниці глибиною 8 м? Ланцюг, на якому висить відро, намотується на вал радіусом 10 см.



• Знайдіть кутову швидкість і частоту обертання хвилинної стрілки секундоміра зображеної на рисунку, якщо ціна поділки малого циферблата дорівнює 2 хв.

Рис. 8

<u>*Задачі з підручника:*</u>

1. Як напрямлена швидкість тіла під час руху по колу?
2. Що таке період обертання й обертова частота? Як вони пов'язані?
3. Період обертання дорівнює 10 с. Чому дорівнює частота?
4. Чому дорівнює період обертання, якщо обертова частота дорівнює 10 1/с?
5. Чому дорівнює період обертання годинникової стрілки годинника? хвилинної? секундної?
6. Чому дорівнює період обертання Землі навколо Сонця?

12. Оцініть, з якою швидкістю рухається Місяць навколо Землі. Радіус орбіти Місяця прийміть рівним 400 тис. км. Здогадайтеся самі, який проміжок часу треба взяти за період.

14. Який радіус кола, по якому їде автомобіль, якщо його прискорення при швидкості 72 км/год дорівнює половині прискорення вільного падіння?