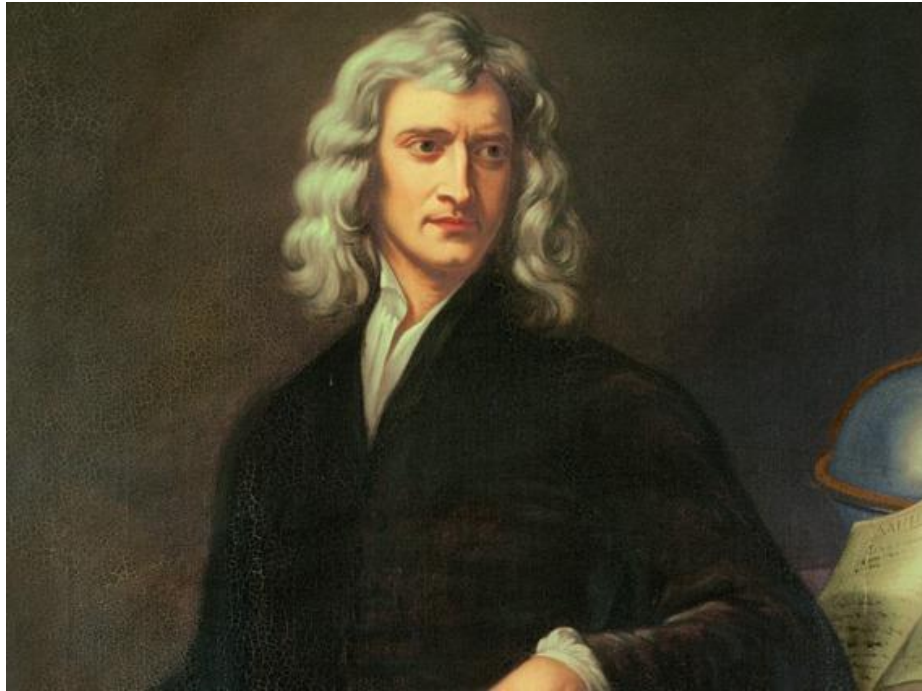


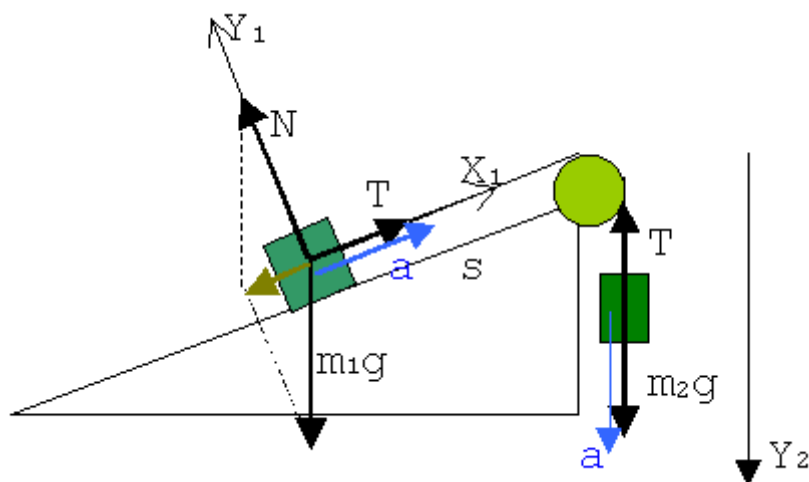
МІНІСТЕРСТВО АГРАРНОЇ ПОЛІТИКИ ТА ПРОДОВОЛЬСТВА УКРАЇНИ
АГРАРНИЙ КОЛЕДЖ УПРАВЛІННЯ І ПРАВА
ПОЛТАВСЬКОЇ ДЕРЖАВНОЇ АГРАРНОЇ АКАДЕМІЇ



«ОСНОВИ МЕХАНІКИ»

Теоретичні матеріали та методика розв'язування задач

*Методичні рекомендації для студентів 1 курсів ВНЗ I-II рівня
акредитації*



ПОЛТАВА 2013

Укладач: Худолій Іван Іванович - викладач фізики та астрономії Аграрного коледжу управління і права Полтавської державної аграрної академії

Посібник містить теоретичний матеріал, методику та приклади розв'язування задач, задачі для самостійного розв'язування з теми «Основи механіки»

РОЗГЛЯНУТО ТА СХВАЛЕНО

НА ЗАСІДАННІ ЦИКЛОВОЇ КОМІСІЇ

Протокол № ____ від « ____ » _____ 20__ року

Голова циклової комісії _____

ЗМІСТ

Модуль I КІНЕМАТИКА

Тема 1 Механічний рух. Система відліку	3
Тема 2 Рівномірний прямолінійний рух	5
Тема 3 Рівнозмінний прямолінійний рух. Прискорення	8
Тема 4 Вільне падіння	11
Тема 5 Рівномірний рух по колу	12
Задачі з теми «КІНЕМАТИКА»	
1 Приклади розв'язання задач	15
2 Задачі для самостійного розв'язання	23
Тематичний контроль 1.1 КІНЕМАТИКА	24

Модуль II ДИНАМІКА

Тема 6 Закони Ньютона. Інерціальні системи відліку. Принцип відносності.....	25
Тема 7 Закон всесвітнього тяжіння. Сила тяжіння	28
Тема 8 Сили пружності. Вага тіла. Сили тертя	30
Задачі з теми «ДИНАМІКА»	
1 Приклади розв'язання задач	33
2 Задачі для самостійного розв'язання	42
Тематичний контроль 1.2 ДИНАМІКА	44

Модуль III ЗАКони ЗБЕРЕЖЕННЯ У МЕХАНІЦІ

Тема 9 Імпульс тіла. Закон збереження імпульсу	45
Тема 10 Механічна робота. Потужність	48
Тема 11 Енергія. Кінетична та потенціальна енергія. Закон збереження енергії у механіці.	50
Задачі з теми «Закони збереження у механіці»	
1 Приклади розв'язання задач	56
2 Задачі для самостійного розв'язання	67
Тематичний контроль 1.3 ЗАКони ЗБЕРЕЖЕННЯ У МЕХАНІЦІ	69

Основні формули розділу «МЕХАНІКА»	70
---	----

ДОДАТОК

1 Елементи векторної алгебри	73
2 Елементи тригонометрії	74
3 Запис числа у стандартному вигляді. Дії над ступенями десяти	75
4 Алгоритм розв'язання задач з фізики	76
5 Міжнародна система одиниць (система СІ)	77
6 Основні фізичні константи	78
7 Множники та префікси для утворення десяткових кратних і дільних одиниць..	78
8 Латинський алфавіт	79
9 Грецький алфавіт	79
Відповіді до задач для самостійного розв'язання	80

Модуль I КІНЕМАТИКА

Тема 1 МЕХАНІЧНИЙ РУХ. СИСТЕМА ВІДЛІКУ

Фізика – це одна з наук про природу, що вивчає фізичні явища.

Механіка – це розділ фізики, в якому вивчається механічний рух.

Механічний рух – це зміна положення тіла у просторі з плином часу.

Основне завдання механіки – визначити положення тіла у будь-який момент часу.

Механіка складається з кінематики, динаміки та статички.

Кінематика – це розділ механіки, в якому вивчаються види механічного руху. Кінематика відповідає на питання: «Як рухається тіло?». Вона вивчає геометричні та математичні характеристики руху без дослідження його фізичних причин.

Рух тіла розглядається у вибраній системі відліку. **Система відліку** – це система координат, тіло відліку та прилад для вимірювання часу (годинник).

Тіло відліку – це тіло, відносно якого визначають положення даного тіла у просторі.

У механіці часто тілом відліку служить Земля, з якою пов'язується система координат.

Для опису механічного руху тіл використовують поняття «матеріальна точка».

Матеріальна точка – це тіло, розмірами і формою якого в даній задачі можна знехтувати. Будь-яке тіло можна розглядати як матеріальну точку, якщо відстані, які проходять точки тіла, дуже великі порівняно з його розмірами.

Положення точки у просторі можна задати двома способами:

- 1) за допомогою координат;
- 2) за допомогою радіуса-вектора.

Радіус-вектор \vec{r} - це вектор, який з'єднує початок відліку (точка 0) з положенням точки у будь-який момент часу (точка А).

Приклад 1. Тіло рухається вздовж прямої.

Достатньо задати одну координату вісь OX , спрямувавши її вздовж лінії руху (рис.1а)

Напрявлений відрізок $OA = \vec{r}$ є радіусом-вектором.

Положення тіла визначають координатою тіла x :

$x = 3$ м – координата,

$|\vec{r}| = r = 3$ м – модуль радіуса-вектора.

Приклад 2. Тіло рухається на площині.

Достатньо провести дві координатні осі OX та OY (рис. 1б).

Положення тіла визначають двома координатами x і y :

$x = 3$ м; $y = 4$ м.

$|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = (5 \text{ м})$ - модуль радіуса-вектора.

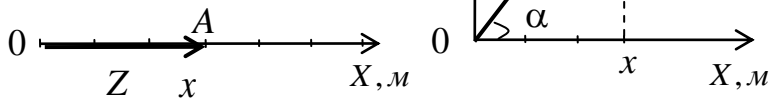


Рисунок 1а

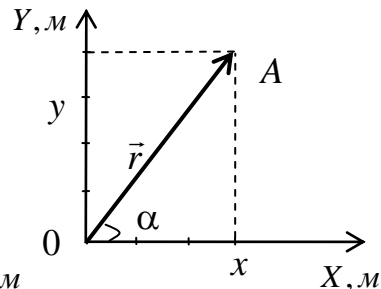


Рисунок 1б

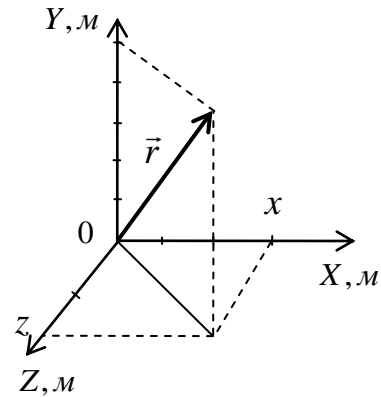


Рисунок 1в

Приклад 3. Тіло рухається в просторі.

Положення точки визначається на осях декартової системи координат OX, OY, OZ (рис.1в) трьома координатами x, y, z :

$$x=3 \text{ м}; y=5 \text{ м}; z=2 \text{ м}$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{9 + 25 + 4} = \sqrt{38} \approx 6(\text{і}) - \text{модуль радіуса-вектора.}$$

Рух тіла та стан спокою - поняття відносні.

Наприклад, студент їде в автобусі. Він не рухається відносно автобуса, але рухається відносно Землі.

Траєкторія – це лінія, яку описує матеріальна точка під час руху.

Види руху залежно від форми траєкторії:

- 1) **прямолінійний рух** – це рух, траєкторією якого є пряма лінія,
- 2) **криволінійний рух** – це рух, траєкторією якого є крива лінія.



Ключові слова та терміни

- | | |
|---------------------|----------------------|
| 1 Механіка | 10 Відносні |
| 2 Механічний рух | 11 Матеріальна точка |
| 3 Положення | 12 Радіус-вектор |
| 4 Простір | 13 Модуль |
| 5 Кінематика | 14 Площина |
| 6 Система відліку | 15 Траєкторія |
| 7 Тіло відліку | 16 Прямолінійний рух |
| 8 Система координат | 17 Криволінійний рух |
| 9 Координата | |



Контрольні запитання

- 1 Що вивчає фізика?
- 2 Що вивчає механіка?
- 3 Що називається кінематикою?
- 4 Що є системою відліку?
- 5 Що називається тілом відліку?
- 6 Що називається матеріальною точкою?

- 7 Коли можна вважати тіло матеріальною точкою?
- 8 Як можна задати положення тіла у просторі?
- 9 Як треба розуміти, що рух і спокій відносні?
- 10 Що називається траєкторією руху?
- 11 Які існують види рухів залежно від траєкторії?
- 12 Що називається прямолінійним рухом?
- 13 Що називається криволінійним рухом?

Тема 2 РІВНОМІРНИЙ ПРЯМОЛІНІЙНИЙ РУХ

Розглянемо найпростіший вид руху – прямолінійний рух.

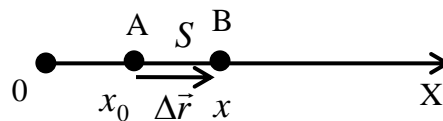


Рисунок 2

Нехай тіло в **момент часу** t_1 знаходиться в точці A і має координату x_0 . У момент часу t_2 тіло знаходиться в точці B і має координату x .

Величина $t_2 - t_1 = \Delta t$ називається **проміжком часу**.

Величина $x - x_0 = S(\Delta S)$ називається **шляхом**.

Шлях S - це довжина траєкторії руху тіла (або ділянки траєкторії).

Переміщення $\Delta \vec{r}$ - це вектор, який з'єднує початкове та кінцеве положення тіла (рис.3).

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$

Модуль вектора переміщення дорівнює шляху тільки під час прямолінійного руху в одному напрямку (рис.2)

$$\Delta r = S.$$

Довжина l , час t - **фізичні величини**. Їх можна виміряти за допомогою вимірювального приладу. Виміряти – це означає порівняти з одиницею вимірювання.

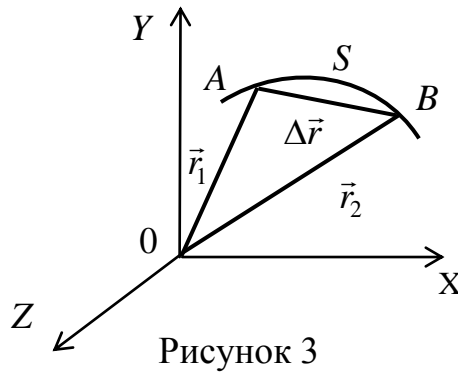


Рисунок 3

У Міжнародній системі одиниць СІ (СІ – система інтернаціональна) одиницею вимірювання довжини є метр (м).

$$[l] = [S] = 1\text{м.}$$

Одиницею вимірювання часу є секунда (с).

$$[t] = 1\text{с.}$$

Рівномірний рух – це рух, під час якого тіло (матеріальна точка) за будь-які рівні проміжки часу проходить однакові шляхи і здійснює однакові переміщення.

Для характеристики руху використовують поняття швидкості.

Швидкість рівномірного прямолінійного руху \vec{v} - це векторна фізична величина, яка дорівнює відношенню переміщення тіла до проміжку часу цього переміщення.

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (2.1)$$

Вираз (2.1) є формулою швидкості рівномірного прямолінійного руху. Формула читається так: вектор *ve* дорівнює вектор дельта *ep*, поділений на дельта *te*.

Напрямок швидкості збігається з напрямком переміщення.

Рівномірний прямолінійний рух – це рух, при якому величина та напрям швидкості не змінюються.

$$\vec{v} = \text{const} \quad (2.2)$$

(вектор **ve** дорівнює константі)

Скалярне значення швидкості (модуль швидкості) при рівномірному прямолінійному русі дорівнює відношенню шляху *S* до часу, за який цей шлях був пройдений.

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}. \quad (2.3)$$

(**ve** дорівнює дельта **es** ділене на дельта **te**)

З формули (2.3) встановимо одиницю вимірювання швидкості

$[v] = \frac{[S]}{[t]} = \frac{1\text{м}}{1\text{с}} = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ - один метр за секунду. 1м/с – це швидкість такого рівномірного прямолінійного руху, при якому матеріальна точка за 1с здійснює переміщення 1м.

Шлях при рівномірному прямолінійному русі можна розрахувати за формулою:

$$S = v \cdot t. \quad (2.4)$$

Координату рухомого тіла в будь-який момент часу можна встановити з кінематичного рівняння руху (рис.2):

$$x = x_0 + S = x_0 + vt. \quad (2.5)$$

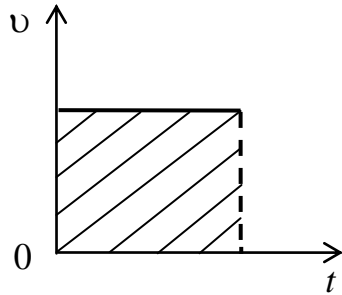


Рисунок 4

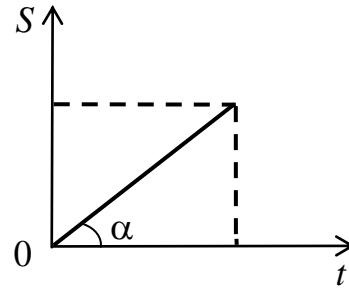


Рисунок 5

Графік залежності швидкості від часу – пряма лінія, паралельна осі абсцис (рис.4). Шлях чисельно дорівнює площі під цією прямою.

Графік залежності шляху від часу являє собою пряму лінію, тангенс кута нахилу якої до осі часу дорівнює швидкості (рис.5).

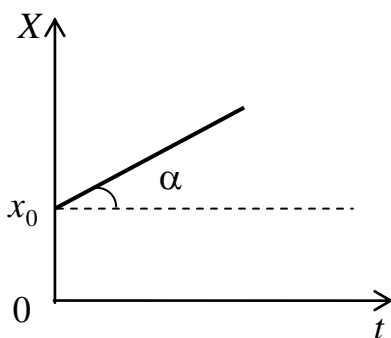


Рисунок 6а

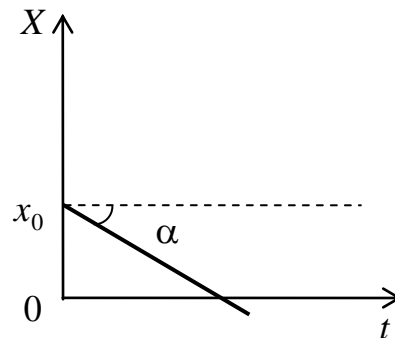


Рисунок 6б

Графіки залежності координати тіла від часу при рівномірному русі наведені на рис.6а (для $v > 0$) і 6б (для $v < 0$).

! Ключові слова та терміни

- | | |
|-----------------|-------------------------|
| 1 Момент часу | 9 Фізична величина |
| 2 Проміжок часу | 10 Вимірювальний прилад |
| 3 Шлях | 11 Одиниця вимірювання |
| 4 Довжина | 12 Рівномірний рух |
| 5 Переміщення | 13 Швидкість |
| 6 Модуль | 14 Стала величина |
| 7 Вектор | 15 Рівняння руху |
| 8 Скаляр | 16 Графік |

? Контрольні запитання

- 1 Що називається шляхом?
- 2 Що називається переміщенням?
- 3 Яка відмінність шляху від переміщення?
- 4 Який рух називається рівномірним?
- 5 Який рух називається рівномірним прямолінійним рухом?
- 6 Що називається швидкістю рівномірного прямолінійного руху?
- 7 Запишіть і прочитайте формулу швидкості.
- 8 Що таке 1 м/с?
- 9 Запишіть і прочитайте кінематичне рівняння рівномірного прямолінійного руху.

Тема 3 РІВНОЗМІННИЙ ПРЯМОЛІНІЙНИЙ РУХ. ПРИСКОРЕННЯ

Рух, при якому тіло за рівні проміжки часу здійснює різні переміщення, називається нерівномірним, або змінним.

При нерівномірному русі швидкість тіла з часом змінюється, тому для характеристики такого руху вводять поняття середньої і миттєвої швидкості.

Середньою швидкістю $v_{\text{серед}}$ нерівномірного прямолінійного руху називається швидкість, яка дорівнює відношенню усього пройденого шляху S до усього часу t .

$$\boxed{v_{\text{серед}} = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2 + \dots + S_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}} \quad (3.1)$$

Миттєва швидкість v - це швидкість тіла в даний момент часу в даній точці траєкторії.

Миттєва швидкість визначається межею, до якої наближається відношення вектора переміщення $\Delta \vec{r}$ до проміжку часу Δt , за який це переміщення відбулося, за умови, що Δt наближається до нуля. У математиці цю величину називають похідною і позначають так:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (3.2)$$

Зміну швидкості характеризує величина, яка називається прискоренням.

Прискорення \vec{a} - це векторна фізична величина, що дорівнює відношенню зміни швидкості $\Delta \vec{v}$ до проміжку часу Δt , за який відбулася ця зміна.

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t}} \quad (3.3)$$

де v_0 - початкова швидкість, v - кінцева швидкість тіла в даний момент часу (вектор \vec{a} дорівнює дельта \vec{v} , поділений на дельта t).

$$[a] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{1 \frac{M}{c}}{1c} = 1 \frac{M}{c^2}.$$

$1M/c^2$ - це прискорення такого руху, при якому за кожну секунду швидкість змінюється на $1M/c$.

Прискорення є похідною за часом від швидкості \vec{v} , або другою похідною за часом від радіуса-вектора точки \vec{r} :

$$\vec{a} = \lim \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}. \quad (3.4)$$

Рівнозмінний прямолінійний рух – це рух, при якому величина та напрям прискорення не змінюються.

$$\boxed{\vec{a} = const}. \quad (3.5)$$

Рівнозмінний рух може бути:

1 рівноприскореним, коли величина швидкості збільшується ($v > v_0$), при цьому $a > 0$;

2 рівносповільненим, коли величина швидкості зменшується ($v < v_0$), при цьому $a < 0$.

Якщо розглянути **проекції векторів** у формулі (3.3), можна визначити швидкість при рівноприскореному прямолінійному русі:

$$\boxed{v = v_0 + at}. \quad (3.6)$$

При рівносповільненому прямолінійному русі швидкість

$$\boxed{v = v_0 - at}. \quad (3.7)$$

Середня швидкість прямолінійного рівноприскореного руху визначається за формулою

$$v_{\text{сеп}} = \frac{v_0 + v}{2}, \quad (3.8)$$

а шлях, пройдений точкою, визначається виразом

$$S = v_{\text{сеп}} \cdot t. \quad (3.9)$$

Використаємо формули (3.8) і (3.9):

$$S = \frac{v_0 + v}{2} t = \frac{v_0}{2} t + \frac{v_0 + at}{2} t = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

$$\boxed{S = v_0 t + \frac{at^2}{2}}. \quad (3.10)$$

З формули (3.3) випливає, що

$$t = \frac{v - v_0}{a}.$$

Підставимо цей вираз у (3.9)

$$S = \frac{v_0 + v}{2} \cdot \frac{v - v_0}{a} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}. \quad (3.11)$$

$$S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

Вирази (3.10), (3.11) є формулами для визначення шляху рівноприскореного прямолінійного руху.

Рівняння прямолінійного рівноприскореного руху має вигляд

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (3.12)$$

Графіки швидкості наведені на рисунку 7: для рівноприскореного руху (рис.7а) і рівносповільненого руху (рис.7б).

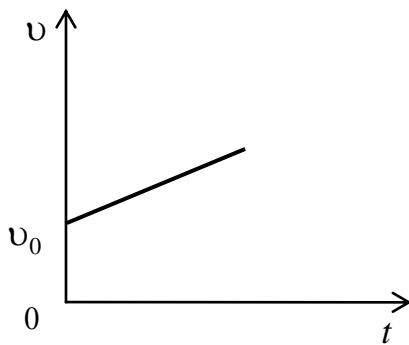


Рисунок 7а

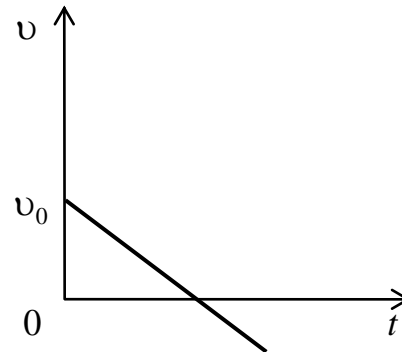


Рисунок 7б

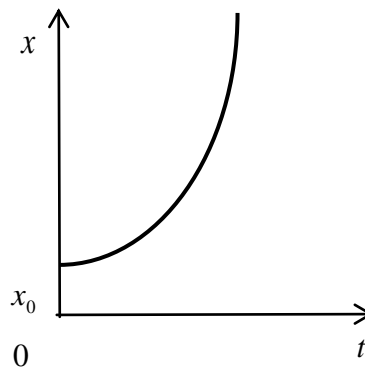


Рисунок 8

Графік залежності координати x від часу t (парабола) прямолінійного рівноприскореного руху зображений на рисунку 8.

! Ключові слова та терміни

- | | |
|----------------------|--------------------------|
| 1 Нерівномірний рух. | 6 Рівноприскорений рух. |
| 2 Середня швидкість. | 7 Рівносповільнений рух. |
| 3 Миттєва швидкість. | 8 Проєкції векторів. |
| 4 Прискорення. | 9 Парабола. |
| 5 Рівномірний рух. | |

? Контрольні запитання

- 1 Який рух називається нерівномірним?
- 2 Що називається середньою швидкістю нерівномірного руху?

- 3 Що називається миттєвою швидкістю нерівномірного руху?
- 4 Як можна визначити миттєву швидкість?
- 5 Що називається прискоренням?
- 6 Запишіть і прочитайте формулу прискорення.
- 7 Дайте визначення одиниці прискорення в СІ.
- 8 Який рух називається рівно змінним, рівноприскореним, рівносповільненим?
- 9 Запишіть формули швидкості для рівноприскореного та рівносповільненого прямолінійного руху.
- 10 Запишіть формули шляху для рівноприскореного прямолінійного руху.
- 11 Запишіть рівняння прямолінійного рівноприскореного руху.

Тема 4. Вільне падіння

Вільне падіння – це рух тіл тільки під дією сили тяжіння Землі без сил опору повітря (ними можна знехтувати).

Усі тіла, що вільно падають, рухаються з однаковим прискоренням (для даної широти).

Прискорення вільного падіння напрямлене вертикально вниз, і його модуль поблизу поверхні Землі дорівнює $g = 9,8 \frac{м}{с^2}$.

Прискорення вільного падіння залежить від:

- 1) висоти тіла h над Землею,
- 2) географічної широти:
 - $g = 9,83 \text{ м/с}^2$ – поблизу полюсів,
 - $g = 9,78 \text{ м/с}^2$ – на екваторі.

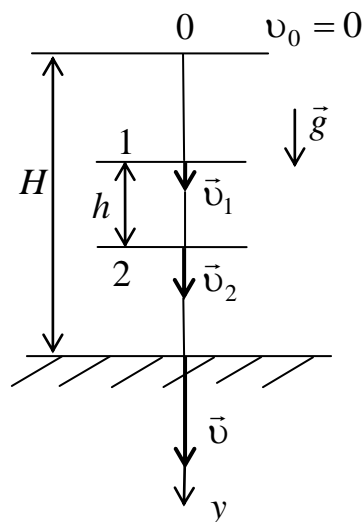


Рисунок 9

Оскільки вільне падіння являє собою рівноприскорений рух без початкової швидкості (рис.9), то для нього можна застосувати формули, отримані в темі 3, за умови, що $a = g$; $S = H$ (**аш**) - висота:

- 1) швидкість тіла при вільному падінні в будь-який момент часу t :

$$v = v_0 + gt, \text{ при } v_0 = 0 \quad \boxed{v = gt}; \quad (4.1)$$

2) шлях, пройдений тілом у вільному падінні

$$H = v_0 t + \frac{gt^2}{2}, \text{ при } v_0 = 0 \quad \boxed{H = \frac{gt^2}{2}}; \quad (4.2)$$

3) значення швидкості тіла при вільному падінні після проходження шляху h :

$$\boxed{v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}}, \text{ при } v_0 = 0 \quad \boxed{v = \sqrt{2gh}}; \quad (4.3)$$

4) вільне падіння описується рівнянням

$$\boxed{y = y_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}}. \quad (4.4)$$

! Ключові слова та терміни

- | | |
|--------------------------------|----------------------|
| 1 Вільне падіння | 5 Широта |
| 2 Сила тяжіння | 6 Приблизне значення |
| 3 Сила опору | 7 Висота |
| 4 Прискорення вільного падіння | |

? Контрольні запитання

- 1 Що називається вільним падінням?
- 2 За яких умов падіння тіл можна вважати вільним?
- 3 Чому дорівнює прискорення вільного падіння?
- 4 Які формули описують вільне падіння тіл?

Тема 5. Рівномірний рух по колу

Рівномірним рухом по колу називається рух по колу, при якому модуль швидкості точки не змінюється.

$$\boxed{|\vec{v}| = const} \quad (5.1)$$

(**v** дорівнює константа).

Траєкторія руху – коло радіусом R (рис.10).

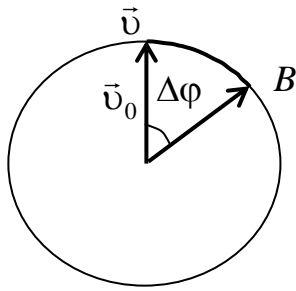


Рисунок 10

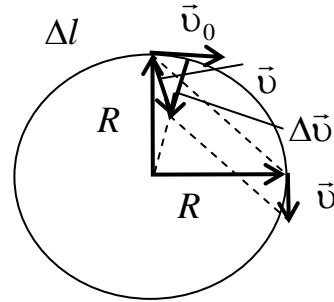


Рисунок 11

Розглянемо рух тіла (матеріальної точки) по колу (рис.10). Положення тіла на колі можна задати радіусом-вектором \vec{R} , проведеним із центра кола.

Нехай у момент початку відліку часу ($t = 0$) тіло знаходилося в точці A , а за проміжок часу Δt , рухаючись по дузі кола $|AB| = S$, перемістилося в точку B .

При цьому радіус-вектор \vec{R} повернувся на кут $\Delta\varphi$ (**кутове переміщення**).

$[\Delta\varphi] = \text{рад}$ – радіан.

Радіан (рад) – це центральний кут, що опирається на дугу кола довжиною, яка дорівнює радіусу кола. В кутових одиницях

$$1 \text{ рад} = 57,296^\circ \approx 57,3^\circ.$$

Відношення кутового переміщення $\Delta\varphi$ до проміжку часу Δt цього переміщення називається кутовою швидкістю ω .

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}} \quad (5.2)$$

(**омега дорівнює дельта фі, ділене на дельта те**).

Одиниця вимірювання кутової швидкості

$$[\omega] = \frac{[\Delta\varphi]}{[\Delta t]} = \frac{1 \text{ рад}}{1 \text{ с}} = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}} \text{ – радіан за секунду.}$$

При рівномірному русі тіла по колу кутова швидкість є величиною сталою.

$$\boxed{\omega = \text{const}} \quad (5.3)$$

(**омега дорівнює константа**).

Час, протягом якого тіло здійснює один повний оберт, називається періодом T .

$$\boxed{T = \frac{t}{N}}, \quad (5.4)$$

де t - час обертання,

N - кількість повних обертів.

$$[T] = \text{с}.$$

Кількість повних обертів за одиницю часу називається частотою обертання ν .

$$\boxed{\nu = \frac{N}{t}} \quad (5.5)$$

(ню дорівнює ω , ділене на ω).

$$[\nu] = \frac{1}{c} = c^{-1}.$$

Як бачимо з формул (5.4), (5.5), період і частота – обернені одна до одної фізичні величини:

$$\boxed{T = \frac{1}{\nu}}, \quad \boxed{\nu = \frac{1}{T}}. \quad (5.6)$$

Якщо $t = T$, то кут повороту радіуса-вектора точки дорівнює

$$\varphi = 2\pi.$$

Тоді з формул (5.2) і (5.6) маємо

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu}. \quad (5.7)$$

У кожній точці колової траєкторії швидкість точки напрямлена по дотичній до траєкторії цієї точки (рис. 11). Ця швидкість називається **лінійною швидкістю** ν .

Для точки, що рівномірно рухається по колу радіусом R , лінійна швидкість

$$\nu = \frac{S}{t},$$

де S - шлях, пройдений точкою по дузі кола за проміжок часу t , тоді за період T

$$\boxed{\nu = \frac{S}{t} = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R\nu}. \quad (5.8)$$

Порівнюючи формули (5.7) і (5.8), можемо записати формулу зв'язку між лінійною і кутовою швидкістю

$$\boxed{\nu = \omega R}. \quad (5.9)$$

При рівномірному русі по колу величина швидкості залишається сталою, а напрям вектора швидкості $\vec{\nu}$ змінюється, і тому виникає доцентрове прискорення, яке напрямлене до центра кола

$$\vec{a}_A = \frac{\vec{\nu} - \vec{\nu}_0}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{\nu}}{\Delta t}.$$

Вектори \vec{a}_A і $\vec{\nu}$ - перпендикулярні ($\vec{a}_A \perp \vec{\nu}$), тому доцентрове прискорення називають нормальним \vec{a}_n (від англ. – normal).

Модуль доцентрового прискорення визначається за виразом

$$\boxed{a_n = \frac{\nu^2}{R} = \omega^2 R} \quad (5.10)$$

! Ключові слова та терміни

- | | |
|----------------------|---------------------------|
| 1 Кóло | 9 Дотíчна |
| 2 Кúт поворóту | 10 Оберт |
| 3 Обертáння | 11 Перíод |
| 4 Радíан | 12 Частотá |
| 5 Кутовé перемíщення | 13 Доцентрóве прискóрення |
| 6 Рáдіус-вéктор | 14 Нормáльне прискóрення |
| 7 Кутовá швидкість | |
| 8 Лінійна швидкість | |

? Контрольні запитання

- 1 Який рух називається рівномірним рухом по колу?
- 2 Що називається кутовою швидкістю?
- 3 Якими одиницями вимірюється кутова швидкість?
- 4 Що таке радіан ?
- 5 Що називається періодом?
- 6 Що називається частотою?
- 7 Як пов'язані кутова і лінійна швидкість?
- 8 Що називається доцентровим прискоренням?
- 9 Який напрям має доцентрове прискорення?

Задачі з теми «КІНЕМАТИКА»

1 Приклади розв'язання задач

Задача 1.1 Прямолінійний рух точки задано рівнянням $x = -2 + 3t - 0,5t^2$. Записати рівняння залежності швидкості точки від часу. Знайти координату та швидкість точки через 2 с після початку руху.

Дано:

Розв'язання

$$v_0 = ? \quad x_1 = ? \quad v_1 = ?$$

$$x = 2 + 3t - 0,5t^2$$

$$t_1 = 2c$$

Порівняємо задане рівняння з рівнянням залежності координати точки від часу в загальному вигляді:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$x = -2 + 3t - 0,5t^2$$

Як бачимо з порівняння, у початковий момент часу координата точки дорівнює

$$x_0 = -2\text{ м}, \text{ швидкість } v_0 = 3\text{ м/с}, \text{ прискорення } a = -1\text{ м/с}^2.$$

Швидкість – перша похідна координати в часі:

$$v = x'(t),$$

$$v = 3 - t.$$

Тоді знайдемо через $t_1 = 2\text{ с}$ координату та швидкість точки:

$$x_1 = -2 + 3 \cdot 2 - 0,5 \cdot 4 = 2(\text{ м}),$$

$$v_1 = 3 - 2 = 1(\text{ м/с}).$$

Відповідь : $v = 3 - t$; $x_1 = 2\text{ м}$; $v_1 = 1\text{ м/с}$.

Задача 1.2 Першу половину шляху автомобіль їхав зі швидкістю 36 км/год, другу половину шляху – зі швидкістю 72 км/год. Знайти середню швидкість мотоцикліста на всьому шляху.

Дано:

Розв'язання

$v_{\text{сеп}} - ?$	Запишемо формулу середньої швидкості:
$S_1 = S_2 = \frac{S}{2}$	
$v_1 = 36\text{ км/год} = 10\text{ м/с}$	
$v_2 = 72\text{ км/год} = 20\text{ м/с}$	

$$v_{\text{сеп}} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2},$$

$$\text{де } t_1 = \frac{S_1}{v_1}; \quad t_2 = \frac{S_2}{v_2}.$$

$$\text{Тоді } v_{\text{сеп}} = \frac{S_1 + S_2}{\frac{S_1}{v_1} + \frac{S_2}{v_2}} = \frac{\frac{S}{2} + \frac{S}{2}}{\frac{S}{2v_1} + \frac{S}{2v_2}} = \frac{S}{\frac{v_2 S + v_1 S}{2v_1 v_2}} = \frac{S \cdot 2v_1 v_2}{S(v_1 + v_2)} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}.$$

Перевіримо розмірність:

$$[v_{\text{сеп}}] = \frac{\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}}{\frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Підставимо числові значення:

$$v_{\text{сеп}} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 20}{10 + 20} = 13,3 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right).$$

Відповідь: $v_{\text{сеп}} = 13,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 1.3 Дві третини часу свого руху студент пройшов зі швидкістю 3 км/год, решту часу – зі швидкістю 6 км/год. Знайти середню швидкість студента на всьому шляху.

Дано:

$$v_{\text{сеп}} \text{ -?}$$

$$t_1 = \frac{2}{3}t$$

$$v_1 = 3 \text{ км/год} = 0,8 \text{ м/с}$$

$$t_2 = \frac{1}{3}t$$

$$v_2 = 6 \text{ км/год} = 1,7 \text{ м/с}$$

Розв'язання

Запишемо формулу середньої швидкості:

$$v_{\text{сеп}} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2},$$

де $S_1 = v_1 \cdot t_1$; $S_2 = v_2 \cdot t_2$.

Підставимо ці вирази у формулу середньої швидкості:

$$v_{\text{сеп}} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{v_1 \frac{2}{3}t + v_2 \frac{1}{3}t}{\frac{2}{3}t + \frac{1}{3}t} = \frac{t \left(\frac{2}{3}v_1 + \frac{1}{3}v_2 \right)}{t} = \frac{1}{3}(2v_1 + v_2).$$

Перевіримо розмірність:

$$[v_{\text{сеп}}] = \frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Підставимо числові значення:

$$v_{\text{сеп}} = \frac{1}{3}(2 \cdot 0,85 + 1,7) = 1,1 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right).$$

Відповідь: $v_{\text{сеп}} = 1,1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 1.4 Автобус через 10 с від початку руху набирає швидкість 20 м/с. З яким прискоренням він рухається? Через який час його швидкість дорівнюватиме 108 км/год, якщо він буде рухатись рівноприскорено?

Дано:

$$a \text{ -? } t_2 \text{ -?}$$

$$v_0 = 0$$

$$v_1 = 20 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 108 \text{ км/год} = 30 \text{ м/с}$$

$$t_1 = 10 \text{ с}$$

Розв'язання

1) Прискорення, з яким рухається автобус, за означенням:

$$a = \frac{v_1 - v_0}{t_1}.$$

$$[a] = \frac{\frac{\text{м}}{\text{с}}}{\text{с}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2};$$

$$a = \frac{20 - 0}{10} = 2 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right).$$

2) Оскільки рух автобуса рівноприскорений, то прискорення залишається постійним, тому

$$a = \frac{v_2 - v_0}{t_2}, \text{ звідки } t_2 = \frac{v_2 - v_0}{a},$$

Перевіримо розмірність, та підставимо числові значення:

$$[t_2] = \frac{\frac{M}{c}}{\frac{M}{c^2}} = c, \quad t_2 = \frac{30-0}{2} = 15(c).$$

Відповідь: $a = 2\frac{M}{c^2}$; $t_2 = 15c$.

Задача 1.5 Поїзд почав гальмувати із прискоренням $0,5 \text{ м/с}^2$ і пройшов до зупинки шлях 225 м . З якою швидкістю рухався поїзд до початку гальмування?

Дано:

$$\begin{aligned} v_0 - ? \\ a = 0,5 \text{ м/с}^2 \\ S = 225 \text{ м} \\ v = 0 \end{aligned}$$

Розв'язання

Запишемо формули швидкості та шляху для рівносповільненого руху ($a < 0$):

$$\begin{cases} v = v_0 - at & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = v_0 t - \frac{at^2}{2}. & (2) \end{cases}$$

З рівняння (1) знайдемо t :

$$v_0 - at = 0, \quad \text{звідки} \quad t = \frac{v_0}{a}.$$

Підставимо t у рівняння (2):

$$S = \frac{v_0^2}{a} - \frac{a}{2} \cdot \frac{v_0^2}{a^2} = \frac{v_0^2}{a} - \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2a},$$

звідки

$$v_0 = \sqrt{2aS}.$$

Перевіримо розмірність:

$$[v_0] = \sqrt{\frac{M \cdot M}{c^2}} = \frac{M}{c}.$$

Підставимо числові значення:

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 0,5 \cdot 225} = 15 \left(\frac{M}{c} \right).$$

Відповідь: $v_0 = 15 \frac{M}{c}$.

Задача 1.6 Тіло вільно падає без початкової швидкості. За останню секунду воно проходить 20 м . Знайти висоту, з якої падає тіло, і повний час падіння.

Дано:

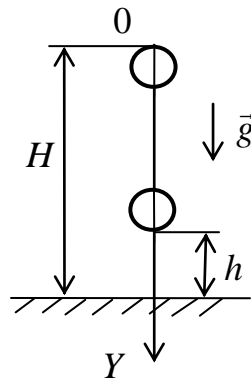
$$\begin{aligned} H - ? \quad t - ? \\ v_0 = 0 \\ h = 20 \text{ м} \\ t_1 = 1 \text{ с} \end{aligned}$$

Розв'язання

Згідно з умовою задачі зробимо рисунок.

Тіло вільно падає з висоти H з $v_0 = 0$ і проходить увесь шлях H за час t :

$$H = \frac{gt^2}{2}. \quad (1)$$



До початку спостереження тіло проходить шлях $H - h$ за час $t - t_1$:

$$H - h = \frac{g(t - t_1)^2}{2}. \quad (2)$$

Підставимо вираз (1) в (2) і знайдемо повний час падіння:

$$\begin{aligned} \frac{gt^2}{2} - h &= \frac{g(t - t_1)^2}{2}, \\ gt^2 - 2h &= g(t - t_1)^2, \\ gt^2 - g(t^2 - 2tt_1 + t_1^2) &= 2h, \\ gt^2 - gt^2 + 2ggt_1 - gt_1^2 &= 2h, \end{aligned}$$

звідки

$$t = \frac{2h + gt_1^2}{2gt_1}. \quad (3)$$

Перевіримо розмірність виразу (3), (1) і підставимо числові значення:

$$[t] = \frac{\frac{M}{c^2} \cdot c^2}{\frac{M}{c^2} \cdot c} = \frac{M}{\frac{M}{c}} = c; \quad [H] = \frac{M}{c^2} \cdot c^2 = M;$$

$$t = \frac{2 \cdot 30 + 10 \cdot 0,25}{2 \cdot 10 \cdot 0,5} = \frac{62,5}{10} = 6,25(c).$$

$$H = \frac{10 \cdot 6,25^2}{2} = 195,3(M).$$

Відповідь: $t = 6,25c$, $H = 195,3M$.

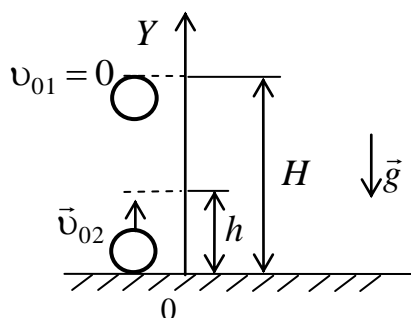
Задача 1.7 Тіло почало падати з висоти 50 м. Одночасно з поверхні Землі кинули вгору друге тіло зі швидкістю 20 м/с. На якій відстані від поверхні Землі вони зустрінуться?

Дано:

Розв'язання

$h - ?$
$H = 50 \text{ м}$
$v_{01} = 0$
$v_{02} = 20 \text{ м/с}$

Виберемо систему відліку, пов'язану з точкою кидання другого тіла, і зробимо рисунок:



Запишемо рівняння координат для першого і другого тіл:

$$\begin{cases} y = y_{01} + v_{01y}t - \frac{gt^2}{2} \\ y = y_{02} + v_{02y}t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

З рисунка видно, що $y = h$, $y_{01} = H$, $v_{01y} = 0$, $v_{02y} = v_{02}$. Тоді

$$\begin{cases} h = H - \frac{gt^2}{2} & (1) \\ h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} & (2) \end{cases}$$

Після розв'язання системи двох рівнянь маємо

$$t = \frac{H}{v_0}, \text{ тоді} \quad h = H - \frac{1}{2}g \left(\frac{H}{v_0} \right)^2 = H \left(1 - \frac{gH}{2v_0^2} \right).$$

Перевіримо розмірність і підставимо числові значення:

$$[h] = m \left(1 - \frac{\frac{m}{c^2} \cdot m}{\frac{m^2}{c^2}} \right) = m;$$

$$h = 50 \left(1 - \frac{9,8 \cdot 50}{2 \cdot 400} \right) \approx 19,4(m).$$

Відповідь: $h = 19,4 \text{ м}$.

Задача 1.8 Знайти швидкість велосипеда, якщо колесо робить 120 обертів за одну хвилину. Радіус колеса 40 см. Чому дорівнює період обертання та доцентрове прискорення точок на ободі колеса?

Дано: T -? v -? a_d -?	Розв'язання 1) Період обертання дорівнює $T = \frac{1}{\nu}; [T] = c; T = \frac{1}{2} = 0,5(c).$
$\nu = 120 \text{ об/хв} = 2c^{-1}$ $R = 40 \text{ см} = 0,4 \text{ м}$	

2) Лінійна швидкість велосипеда

$$\nu = \frac{2\pi R}{T}; [\nu] = \frac{m}{c};$$

$$\nu = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,4}{0,5} = 5,024 \left(\frac{m}{c} \right).$$

3) Доцентрове прискорення

$$a_d = \frac{\nu^2}{R}; [a_d] = \frac{m^2}{c^2 \cdot m},$$

$$a_d = \frac{(5,024)^2}{0,4} = 63,1 \left(\frac{m}{c^2} \right).$$

Відповідь: $T = 0,5 c$; $\nu = 5,024 \frac{m}{c}$; $a_d = 63,1 \frac{m}{c^2}$.

Задача 1.9 Радіус колової орбіти штучного супутника Землі збільшився в 4 рази. Внаслідок цього період його обертання збільшився у 8 разів. У скільки разів змінилась швидкість руху супутника по орбіті?

Дано: $\frac{\nu_2}{\nu_1}$ -?	Розв'язання Лінійна швидкість обертання супутника за означенням: $\nu = \frac{2\pi R}{T},$
$R_2 = 4R_1$ $T_2 = 8T_1$	

тоді

$$\nu_1 = \frac{2\pi R_1}{T_1}; \nu_2 = \frac{2\pi R_2}{T_2}; \frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{2\pi R_2}{T_2} \cdot \frac{T_1}{2\pi R_1}.$$

Згідно з умовою, $R_2 = 4R_1$, $T_2 = 8T_1$, тоді

$$\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{4R_1 T_1}{8T_1 R_1} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

Відповідь: швидкість зменшиться в 2 рази.

Задача 1.10 Визначити лінійну швидкість, яку мають точки земної поверхні на екваторі, на широті 60° п.ш. та на полюсі за рахунок добового обертання Землі.

Дано:

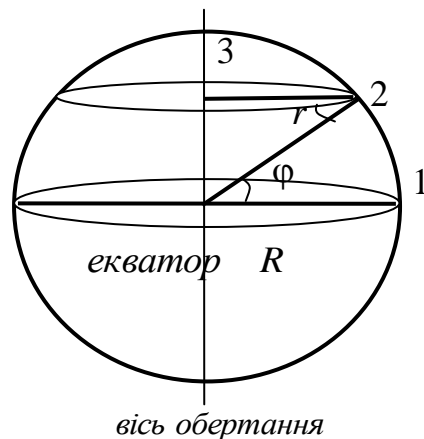
Розв'язання

v -?

$$T = 1 \text{ доба} = 24 \text{ год} = (24 \cdot 3600) \text{ с}$$

$$\varphi = 60^\circ$$

Згідно з умовою задачі зробимо рисунок.



1) Лінійна швидкість точки 1 дорівнює

$$v_1 = \frac{2\pi R}{T}, \text{ де } R = 6380 \cdot 10^3 \text{ м} - \text{радіус Землі.}$$

$$v_1 = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 6380 \cdot 10^3 \text{ м}}{24 \cdot 3600 \text{ с}} = 464 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

2) Лінійна швидкість точки 2 дорівнює

$$v_2 = \frac{2\pi r}{T}, \text{ де } r = R \cos \varphi,$$

тоді

$$v_2 = \frac{2\pi R \cos \varphi}{T} = v_1 \cos \varphi,$$

$$v_2 = 464 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \cos 60^\circ = 232 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

3) Лінійна швидкість точки 3 на полюсі $v_3 = 0$.

Відповідь: $v_1 = 464 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $v_2 = 232 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $v_3 = 0$.

2 Задачі для самостійного розв'язання

- 1 Знайти шлях і переміщення кінця секундної стрілки за 30 с, якщо її довжина 10 см.
- 2 Рух двох мотоциклістів заданий рівняннями $x_1 = -2 + t$, $x_2 = 3 - 4t$. Знайти місце і час їх зустрічі.
- 3 Автомобіль проїхав 45 км зі швидкістю 90 км/год, а потім ще 75 км зі швидкістю 100 км/год. Знайти середню швидкість автомобіля на всьому шляху.
- 4 Мотоцикліст першу половину часу їхав зі швидкістю 100 км/год, а другу половину часу – зі швидкістю 80 км/год. Знайти середню швидкість мотоцикліста на всьому шляху.
- 5 Автобус проїхав першу половину шляху зі швидкістю 80 км/год. З якою швидкістю автобус повинен їхати другу половину шляху, щоб його середня швидкість на всьому шляху була 50 км/год?
- 6 Поїзд через 10 с після початку руху має швидкість 0,6 м/с. Через який час від початку руху швидкість поїзда дорівнюватиме 3 м/с?
- 7 Знайти швидкість тіла через 20 с після початку руху, якщо прискорення дорівнює $0,2 \text{ м/с}^2$.
- 8 Автомобіль, що перебував у стані спокою, рухається з прискоренням $0,6 \text{ м/с}^2$. За який час він пройде шлях 30 м? Автомобіль рухається рівноприскорено.
- 9 При швидкості 15 км/год гальмівний шлях автомобіля дорівнює 1,5 м. Яким буде гальмівний шлях при швидкості 90 км/год?
- 10 Рівняння руху матеріальної точки має вигляд $x = -0,2t^2$. Який це рух? Знайти координату точки через 5 с і шлях, пройдений нею за цей час.
- 11 Автомобіль рухається зі швидкістю 54 км/год. Знайти швидкість автомобіля через 4 с після початку гальмування, якщо при гальмуванні прискорення стало і за модулем дорівнює 3 м/с^2 . Який шлях пройде автомобіль за цей час?
- 12 Вільно падаюче тіло останні 30 м пройшло за 0,5 с. Знайти висоту падіння.
- 13 Аеростат піднімається рівномірно зі швидкістю 5 м/с. Через 5 с після початку руху з нього випав предмет. Через який час предмет упаде на Землю?
- 14 Тіло вільно падає без початкової швидкості з висоти 45 м. Знайти середню швидкість падіння на другій половині шляху.

- 15 Космонавт проходить тренування на центрифусі радіусом 15м. З якою швидкістю рухається космонавт, якщо його доцентрове прискорення дорівнює 40 м/с^2 .
- 16 Вентилятор кондиціонера здійснює один оберт за 0,5 с. З якою частотою він обертається?
- 17 Компакт-диск в СД-приводі обертається з частотою 100 с. Знайти період його обертання.
- 18 Колесо велосипеда за 0,5 хв здійснює 90 обертів. Який період обертання колеса?
- 19 У скільки разів частота обертання секундної стрілки годинника більша частоти обертання хвилинної стрілки?
- 20 Кулер мікропроцесора персонального комп'ютера обертається з частотою 3600об/хв. Знайти період його обертання.

ТЕМАТИЧНИЙ КОНТРОЛЬ 1.1

КІНЕМАТИКА

- 1 ФІЗИКА – ЦЕ ...
- 2 МЕХАНІКА – ЦЕ ...
- 3 КІНЕМАТИКА – ЦЕ ...
- 4 МЕХАНІЧНИЙ РУХ – ЦЕ ...
- 5 СИСТЕМА ВІДЛІКУ – ЦЕ ...
- 6 ТІЛО ВІДЛІКУ – ЦЕ ...
- 7 МАТЕРІАЛЬНА ТОЧКА – ЦЕ ...
- 8 ТРАЄКТОРІЯ – ЦЕ ...
- 9 ШЛЯХ – ЦЕ ...
- 10 ПЕРЕМІЩЕННЯ – ЦЕ ...
- 11 ШВИДКІСТЬ – ЦЕ ...
- 12 МИТТЄВА ШВИДКІСТЬ – ЦЕ ...
- 13 СЕРЕДНЯ ШВИДКІСТЬ – ЦЕ ...
- 14 РІВНОМІРНИЙ ПРЯМОЛІНІЙНИЙ РУХ – ЦЕ ...
- 15 ПРИСКОРЕННЯ – ЦЕ ...
- 16 РІВНОПРИСКОРЕНИЙ РУХ – ЦЕ ...
- 17 ВІЛЬНЕ ПАДІННЯ – ЦЕ ...

- 18 РІВНОМІРНИЙ РУХ ПО КОЛУ – ЦЕ ...
- 19 КУТОВА ШВИДКІСТЬ – ЦЕ ...
- 20 ПЕРІОД – ЦЕ ...
- 21 ЧАСТОТА – ЦЕ ...
- 22 ДОЦЕНТРОВЕ ПРИСКОРЕННЯ – ЦЕ ...

Модуль II ДИНАМІКА

Тема 6 ЗАКОНИ НЬЮТОНА. ІНЕРЦІАЛЬНІ СИСТЕМИ ВІДЛІКУ. ПРИНЦИП ВІДНОСНОСТІ

Динаміка – це частина механіки, яка вивчає закони взаємодії тіл і відповідає на питання: «Чому рухається тіло?».

Класична динаміка ґрунтується на трьох законах Ньютона, сформульованих на підставі узагальнення дослідних фактів.

Межі застосування законів Ньютона:

- для макроскопічних тіл, які рухаються зі швидкістю, набагато меншою, ніж швидкість світла у вакуумі ($3 \cdot 10^8$ м/с);
- для інерціальних систем відліку.

Інерціальна система відліку (ІСВ) – це система відліку, відносно якої матеріальна точка, яка не зазнає впливу інших тіл, рухається рівномірно і прямолінійно. Будь-яка система відліку, яка рухається відносно ІСВ прямолінійно і рівномірно, також є інерціальною. Неінерціальна система відліку – це система відліку, що рухається з прискоренням відносно ІСВ.

Перший закон Ньютона

Існують такі системи відліку, відносно яких тіла, що рухаються поступально, зберігають стан спокою або рівномірного прямолінійного руху, якщо на них не діють інші тіла або дію інших тіл скомпенсовано.

Перший закон Ньютона – закон інерції.

Інерція – це явище збереження величини і напрямку швидкості руху тіла за відсутності або компенсації інших тіл.

Інертність – це властивість тіла, від якої залежить його прискорення при взаємодії з іншими тілами.

Кількісна міра інертності тіла називається масою. Чим більш інертне тіло, тим більша його маса.

Маса m - це скалярна фізична величина, що є мірою інертності тіла.

Одиницею маси в системі СІ є кілограм.

$$[m] = \text{кг.}$$

1 кілограм – це маса еталона маси. У класичній механіці Ньютона:

- маса тіла не залежить від швидкості цього тіла:

$$m \neq m(v);$$

- маса тіла дорівнює масі всіх частин, з яких складається тіло:

$$m = m_1 + m_2 + \dots + m_n;$$

- виконується закон збереження маси: маса тіла залишається сталою при будь-яких механічних процесах, що відбуваються в системі тіл.

Сила \vec{F} - це векторна фізична величина, що є мірою такої дії на дане тіло інших тіл, при якій виникає прискорення або деформація.

Сила \vec{F} має напрямок (вектор), модуль (абсолютне значення), точку прикладання і лінію дії сили (рис.12).

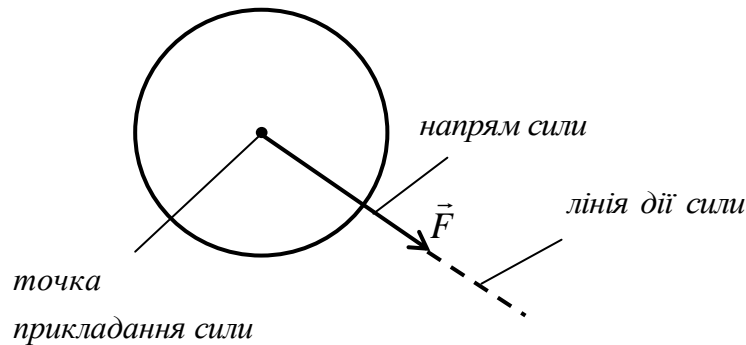


Рисунок 12

Як правило, на будь-яке рухоме тіло діє не одна сила, а декілька. Сила, яка діє на тіло так само, як декілька одночасно діючих сил, називається **рівнодіючою** цих сил і дорівнює векторній сумі всіх сил, що діють на тіло:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_1 + \dots + \vec{F}_n. \quad (6.1)$$

Співвідношення (6.1) визначає **принцип незалежності дії сил**, або **принцип суперпозиції**. Для визначення рівнодіючої сили використовують правила додавання векторів (додаток А.1).

Другий закон Ньютона

Прискорення тіла (матеріальної точки) прямо пропорційне рівнодіючій усіх сил, прикладених до тіла, і обернено пропорційне його масі.

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}}. \quad (6.2)$$

(вектор **a** дорівнює вектор **eF**, ділене на **eM**).

Другий закон Ньютона свідчить:

- 1) прикладена до тіла рівнодіюча сила визначає його прискорення;
- 2) дія на дане тіло інших тіл – причина зміни швидкості тіла;
- 3) напрям прискорення завжди збігається з напрямом сили (рис. 13);
- 4) справедливий для будь-яких сил.

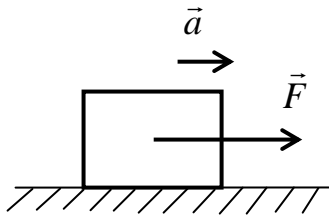


Рисунок 13

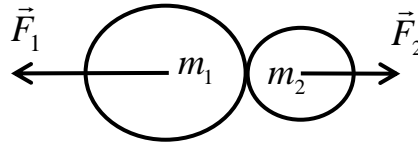


Рисунок 14

На підставі другого закону Ньютона визначається одиниця сили в СІ:

$$[F] = [m] \cdot [a] = 1 \text{ кг} \cdot 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} = 1 \text{ Н} - 1 \text{ ньютон.}$$

1 ньютон – це сила, з якою потрібно діяти на тіло масою 1 кг, щоб надати йому прискорення 1 м/с^2 . Одиниця сили названа на честь англійського вченого Ісаака Ньютона (1643-1727).

З формули (6.2) можна одержати динамічне рівняння руху тіла:

$$\boxed{\vec{F} = m \cdot \vec{a}} \quad (6.3)$$

(вектор **eF** дорівнює **em** вектор **a**).

Третій закон Ньютона

Два тіла взаємодіють одне з одним із силами, напрямленими уздовж однієї прямої, рівними за модулем і протилежними за напрямком:

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}} \quad (6.4.)$$

(**eF** один два дорівнює мінус **eF** два один).

Сили в природі завжди виникають парами. Обидві сили мають однакову природу. Дві сили, що виникають при кожній взаємодії, не можуть врівноважувати одна одну, оскільки вони прикладені до різних тіл (рис.14).

Закони Ньютона зберігають свій вигляд при переході від однієї інерціальної системи до іншої. Це твердження отримало назву **принцип відносності Галілея: всі механічні явища в різних інерціальних системах відліку відбуваються за одними законами.**



Ключові слова та терміни

- | | |
|-------------------------------|-------------------------|
| 1 Динаміка | 9 Маса |
| 2 Взаємодія | 10 Сила |
| 3 Межі застосування закону | 11 Деформація |
| 4 Інерціальна система відліку | 12 Причина |
| 5 Компенсація | 13 Закон справедливий |
| 6 Інерція | 14 Врівноважувати |
| 7 Інертність | 15 Принцип суперпозиції |
| 8 Міра | 16 Принцип відносності |

? Контрольні запитання

1. Що називається динамікою?
2. Які системи відліку є інерціальними та неінерціальними?
3. Сформулюйте перший закон Ньютона.
4. У чому полягає явище інерції?
5. Що таке інерція?
6. Що таке маса?
7. Що таке сила?
8. Чим характеризується сила?
9. Назвіть одиниці вимірювання маси і сили.
10. У чому полягає принцип незалежності сил?
11. Сформулюйте другий закон Ньютона.
12. Якщо на тіло діє декілька сил, як визначається рівнодіюча цих сил?
13. Сформулюйте третій закон Ньютона.
14. У чому полягає принцип відносності Галілея?

Тема 7 ЗАКОН ВСЕСВІТНЬОГО ТЯЖІННЯ. СИЛА ТЯЖІННЯ

У 1687р. Ньютон встановив один з фундаментальних законів механіки – **закон всесвітнього тяжіння: сила гравітаційного притягання двох матеріальних точок прямо пропорційна добутку їхніх мас і обернено пропорційна квадрату відстані між ними:**

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad (7.1)$$

(**еф** дорівнює **же ем** один **ем** два, ділене на **ер** квадрат), де

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ – гравітаційна стала;

F - модуль сили гравітаційного притягання;

m_1, m_2 - маси матеріальних точок;

r - відстань між центрами матеріальних точок.

Межі застосування закону всесвітнього тяжіння:

- для матеріальних точок (якщо розміри тіл набагато менші за відстані між ними);
- для однорідних куль;
- для сферично-симетричних тіл (планети, зірки).

Маса характеризує **гравітаційні властивості** тіла.

Сили гравітаційної взаємодії – центральні, тобто напрямлені вздовж лінії, що з'єднує тіла (рис.15).

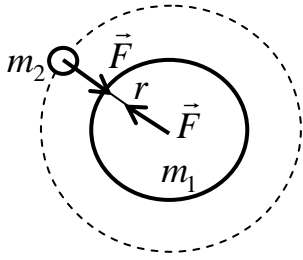


Рисунок 15

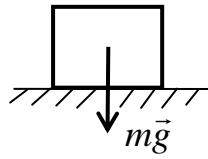


Рисунок 16а

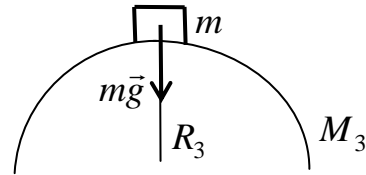


Рисунок 16б

Земля притягує до себе всі тіла , які є на її поверхні та поблизу неї. Притягання тіл до Землі є причиною їх вільного падіння.

Сила, з якою Земля притягує до себе тіло, називається силою тяжіння \vec{F}_T .

Згідно з другим законом Ньютона сила тяжіння дорівнює добутку маси цього тіла m на прискорення вільного падіння g :

$$\boxed{F_T = mg}. \quad (7.2)$$

(еф тяжіння дорівнює ем на же).

Сила тяжіння – це гравітаційна сила, що прикладена до центра тяжіння тіла і напрямлена вертикально вниз до центра Землі (рис. 15а, 15б).

Центр тяжіння тіла – це точка прикладання рівнодіючої всіх сил тяжіння, що діють на окремі частини тіла. Для тіл правильної геометричної форми центр тяжіння збігається з центром симетрії.

Враховуючи закон всесвітнього тяжіння

$$G \frac{mM_3}{R_3^2} = mg .$$

Звідси величина прискорення g , з яким тіло падає на Землю:

$$g = G \frac{M_3}{R_3^2} ,$$

не залежить від маси тіла та інших його характеристик.

Динаміка тіла, що рухається по колу

На тіло масою m , що рухається рівномірно по колу або по дузі кола діє доцентрова сила, що за другим законом Ньютона становить:

$$\boxed{\vec{F}_д = m\vec{a}_д}$$

(вектор еф де дорівнює ем на вектор а де).

Використавши (5.10), маємо

$$F_д = m \frac{v^2}{R} ,$$

де m - маса тіла; v - лінійна швидкість тіла; R - радіус кола.



Ключові слова та терміни

- | | |
|----------------------------------|----------------------------|
| 1 Фундаментальний закон | 6 Сферично-симетричні тіла |
| 2 Закон всесвітнього тяжіння | 7 Сила тяжіння |
| 3 Сила гравітаційного притягання | 8 Центр тяжіння |
| 4 Гравітаційна стала | 9 Центр симетрії |
| 5 Однорідні кулі | 10 Доцентрова сила |



Контрольні запитання

- 1 Сформулюйте закон всесвітнього тяжіння.
- 2 Які межі застосування закону всесвітнього тяжіння.
- 3 Що характеризує маса?
- 4 Які властивості тіла називають гравітаційними?
- 5 Що є причиною вільного падіння?
- 6 Яку силу називають силою тяжіння?
- 7 Чому дорівнює сила тяжіння?

Тема 8 СИЛИ ПРУЖНОСТІ. ВАГА ТІЛА. СИЛИ ТЕРТЯ

Сили пружності – це сили, які виникають при деформації тіла та прагнуть повернути тіло у первісний стан.

Деформація – це зміна форми або об'єму тіла.

Пружні деформації – це деформації, які повністю зникають після припинення дії зовнішніх сил (сталь, гума).

Непружні деформації – це деформації, які не зникають після припинення дії зовнішніх сил (мідь, алюміній).

Приклади сили пружності:

1) \vec{T} - сила натягу

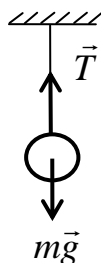


Рисунок 17а

2) \vec{N} - сила реакції опори

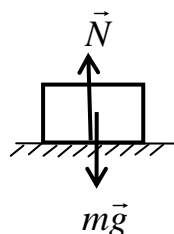


Рисунок 17б

3) \vec{P} - вага

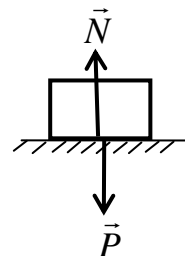


Рисунок 17в

Основний закон теорії пружності – **закон Гука** (1660р.): **сила пружності $F_{i\delta}$ прямо пропорційна абсолютному значенню зміни довжини тіла та напрямлена проти деформації:**

$$\boxed{F_{np} = -\kappa x} \quad (8.1)$$

(**еф** пружності дорівнює мінус **ка ікс**),

де κ - коефіцієнт пружності (жорсткість пружини), який залежить від матеріалу, форми, розмірів тіла; $[\kappa]=\text{Н/м}$; $x = \Delta l = l - l_0$ - деформація тіла; $[x]=\text{м}$.

Знак мінус перед правою частиною закону свідчить про протилежний напрям сили до зміни довжини тіла.

Межі застосування закону Гука: закон виконується тільки для малих пружних деформацій.

Вага тіла – це сила, з якою тіло завдяки притяганню до Землі діє на опору або підвіс.

Вага і сила тяжіння мають різну фізичну природу та точки прикладання дії сили:

- сила тяжіння $m\vec{g}$ - гравітаційна сила, прикладена до центра тяжіння (рис. 17б);
- вага \vec{P} - пружна сила, прикладена до опори (рис.17б) або підвісу.

Вагу тіла не слід плутати з його масою. Маса тіла – це скалярна величина, вона вимірюється у кілограмах. Вага тіла – це векторна величина, одиниця вимірювання якої - ньютон.

Згідно з третім законом Ньютона вага тіла (сила, з якою тіло тисне на опору або розтягує підвіс) збігається за величиною з силою, яка діє з боку опори або підвісу на тіло.

$$\boxed{\vec{P} = -\vec{N}; \quad P = N} \quad (8.2)$$

1.Якщо тіло нерухоме або рухається рівномірно і прямолінійно відносно Землі, то його вага за числовим значенням дорівнює діючій на нього силі тяжіння:

$$P = N = mg .$$

2.Якщо опора (підвіс) рухається разом із тілом з прискоренням \vec{a} , напрям якого збігається з напрямом прискорення вільного падіння \vec{g} , то вага тіла зменшується:

$$P = N = m(g - a) < mg .$$

При $a = g$ настає **невагомість** ($P = 0$). У цьому стані тіло не тисне на опору (рис.17в) і не розтягує підвіс (рис.17а).

3.Якщо тіло і опора рухаються з прискоренням \vec{a} у напрямі, протилежному напрямку \vec{g} , то вага тіла збільшується – **перевантаження**:

$$P = N = m(g + a) > mg .$$

Сили тертя

Сили тертя $F_{тер}$ - це сили, які виникають внаслідок дотику тіл у процесі руху одних тіл по поверхні інших. Сили тертя діють паралельно поверхні дотику і спрямовані проти руху тіла (рис.17а).

Сили тертя, як і сили пружності, мають електромагнітну природу. Причина тертя – взаємодія нерівностей поверхонь тіл. Ці нерівності можна побачити під мікроскопом (рис.18б).

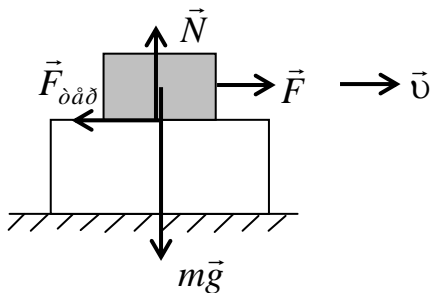


Рисунок 18а

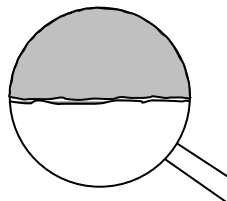


Рисунок 18б

Відрізняють три види тертя: тертя спокою, тертя ковзання і тертя кочення.

Сили тертя спокою

Зовнішня сила \vec{F} недостатня для відносного переміщення тіл, тобто сила тертя спокою перешкоджає можливому руху.

Сила тертя ковзання

Під дією зовнішньої сили \vec{F} (рис.18а) відбувається рух (ковзання) одного тіла по поверхні іншого:

$$\vec{F}_{тер} = -\vec{F} .$$

Сила тертя ковзання $F_{тер}$ прямо пропорційна силі реакції опори (закон Амонтона-Кулона):

$$\boxed{F_{тер} = \mu N}, \quad (8.3)$$

(**еф** тертя дорівнює **мю ен**),

де N - сила реакції опори;

μ - коефіцієнт тертя, що залежить від матеріалу поверхонь і якості їхньої обробки ($\mu < 1$).

!

Ключові слова та терміни

- | | |
|------------------------|----------------------------|
| 1 Сіли пружності | 11 Перевантаження |
| 2 Деформація | 12 Сіли тертя |
| 3 Пружні деформації | 13 Дотик |
| 4 Непружні деформації | 14 Поверхня |
| 5 Коефіцієнт пружності | 15 Електромагнітна природа |
| 6 Жорсткість пружини | 16 Тертя спокою |
| 7 Сила натягу | 17 Тертя ковзання |
| 8 Сила реакції опори | 18 Тертя кочення |
| 9 Вага | 19 Коефіцієнт тертя |
| 10 Невагомість | |

? Контрольні запитання

- 1 Які сили називаються силами пружності?
- 2 Що таке деформація?
- 3 Які є види деформації?
- 4 Сформулюйте закон Гука.
- 5 Прочитайте закон Гука.
- 6 Які межі застосування закону Гука?
- 7 Назвіть приклади сил пружності.
- 8 Що таке вага?
- 9 Що таке невагомість?
- 10 Що таке перевантаження?
- 11 Які сили називаються силами тертя?
- 12 Що є причиною тертя?
- 13 Який напрям має сила тертя?
- 14 Які є види тертя?
- 15 Сформулюйте закон Амонтона-Кулона.

Задачі з теми «ДИНАМІКА»

1 Приклади розв'язання задач

Задача 2.1 Під дією сили 50Н координата тіла змінюється за законом $x = 10 + 5t + 0,5t^2$. Знайти масу цього тіла.

Дано:

$m - ?$
$x = 10 + 5t + 0,5t^2$
$F = 50\text{Н}$

Розв'язання

Згідно з другим законом Ньютона
 $F = ma$,

звідки $m = \frac{F}{a}$.

Під дією сили тіло рухається рівноприскорено, і його координата змінюється за законом

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

За умовою $x = 10 + 5t + 0,5t^2$.

Порівняємо ці два вирази і знайдемо прискорення a :

$$\frac{at^2}{2} = 0,5t^2, \quad \text{звідки } a = 1\text{ м/с}^2.$$

Знайдемо масу тіла

$$m = \frac{50H}{1 \frac{M}{c^2}} = \frac{50 \frac{кг \cdot м}{c^2}}{1 \frac{M}{c^2}} = 50 кг.$$

Відповідь: $m = 50 кг$.

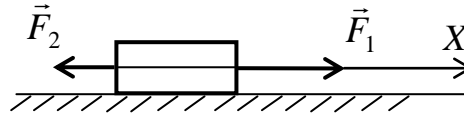
Задача 2.2 На тіло масою $800г$ одночасно діють дві сили $12Н$ і $6Н$, напрямлені в протилежні боки уздовж однієї прямої. Визначити модуль і напрямок прискорення.

Дано:

$a - ?$
$m = 800г = 0,8кг$
$F_1 = 12Н$
$F_2 = 6Н$

Розв'язання

Згідно з умовою задачі зробимо рисунок



Згідно з другим законом Ньютона

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \text{ де } \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 - \text{рівнодіюча сила.}$$

У проекції на вибрану вісь OX

$$F = F_1 - F_2.$$

Таким чином, $a = \frac{F_1 - F_2}{m}$.

Перевіримо розмірність, підставимо числові значення:

$$[a] = \frac{Н - Н}{кг} = \frac{Н}{кг} = \frac{кг \cdot м}{c^2 \cdot кг} = \frac{м}{c^2}; \quad a = \frac{12 - 6}{0,8} = \frac{6}{0,8} = 7,5 \left(\frac{м}{c^2} \right).$$

Відповідь: $a = 7,5 м/с^2$, прискорення напрямлене у бік дії більшої сили \vec{F}_1 .

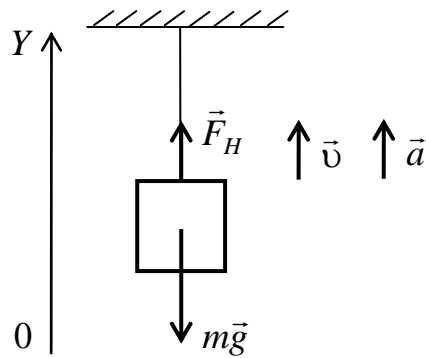
Задача 2.3 Тіло масою $2кг$ піднімають за допомогою нитки рівноприскорено з прискоренням $0,2 м/с^2$. Знайти силу натягу нитки і вагу цього тіла.

Дано:

$F_H - ? P - ?$
$m = 2кг$
$a = 0,2 м/с^2$

Розв'язання

Згідно з умовою задачі зробимо рисунок. Тіло взаємодіє із Землею і ниткою. Отже, на тіло діють сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила натягу нитки \vec{F}_H .



Запишемо рівняння руху тіла у векторній формі:

$$m\vec{g} + \vec{F}_H = m\vec{a}.$$

Спроектуємо рівняння руху на вибрану вісь OY:

$$F_H - mg = ma,$$

звідки

$$F_H = mg + ma = m(g + a),$$

де $g = 9,8 \frac{M}{c^2}$ - прискорення вільного падіння.

Перевіримо розмірність та підставимо числові значення:

$$[F_H] = \kappa z \cdot \frac{M}{c^2} = H; F_H = 2(9,8 + 0,2) = 20(H).$$

Згідно з третім законом Ньютона вага тіла чисельно дорівнює силі натягу нитки

$$P = F_H = 20H.$$

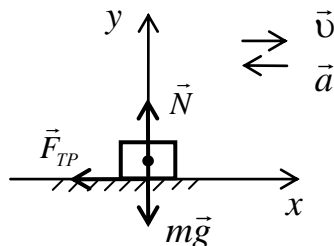
Відповідь: $F_H = 20H$; $P = 20H$.

Задача 2.4 Автомобіль масою 1500кг рухається по горизонтальній дорозі зі швидкістю 72км/год . Після відключення двигуна автомобіль проходить 50м до зупинки. Знайти силу тертя і коефіцієнт тертя.

Дано:

Розв'язання

$F_{\text{тер}} - ? \mu - ?$
$m = 1500\text{кг}$
$v_0 = 72\text{км/год} = 20\text{м/с}$
$S = 50\text{м}$
$v = 0$



На автомобіль діють сила тяжіння $m\vec{g}$, сила реакції дороги \vec{N} і сила тертя $\vec{F}_{\text{тер}}$. Рух тіла рівносповільнений ($v < v_0$), тому вектор прискорення \vec{a} напрямлений проти руху тіла. Запишемо рівняння руху автомобіля у векторній формі відповідно до другого закону Ньютона:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тер}} = m\vec{a}.$$

Щоб перейти від векторної форми рівняння до скалярної, проведемо координатні осі так, щоб вісь OX збігалася з напрямом руху тіла, а вісь OY була їй перпендикулярна. Тоді в проекціях на координатні осі маємо

$$\begin{cases} -F_{\text{тер}} = -ma \\ N - mg = 0 \end{cases},$$

звідки

$$F_{\text{тер}} = ma, \quad (1)$$

$$N = mg. \quad (2)$$

З кінематики шлях при рівносповільненому русі

$$S = \frac{v_0^2 - v^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2a}, \quad \text{звідки} \quad a = \frac{v_0^2}{2S}.$$

Після підстановки в (1) маємо

$$F_{\text{тер}} = \frac{mv_0^2}{2S}.$$

Коефіцієнт тертя дорівнює

$$\mu = \frac{F_{\text{тер}}}{N}.$$

Перевіримо розмірність отриманих формул:

$$[F_{\text{тер}}] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н};$$

$$[\mu] = \frac{\text{Н} \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{кг}} = 1.$$

Підставимо числові значення:

$$F_{\text{тер}} = \frac{1500 \cdot 400}{2 \cdot 50} = 6000(\text{Н}) = 6(\text{кН});$$

$$\mu = \frac{6000}{1500 \cdot 9,8} = 0,41.$$

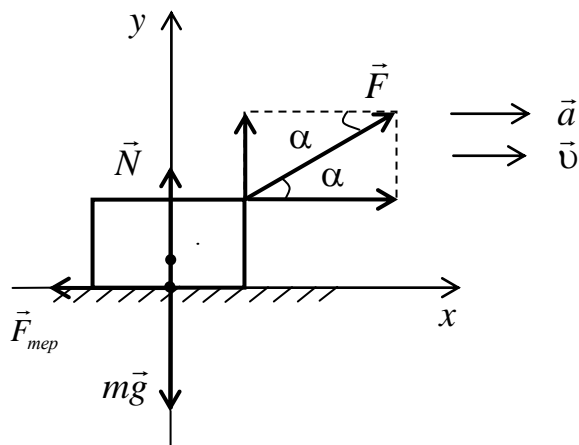
Відповідь: $F_{\text{тер}} = 6\text{кН}$; $\mu = 0,41$.

Задача 2.5 Тіло масою 20 кг тягнуть по горизонтальній поверхні, прикладаючи силу 80 Н , напрямлену під кутом 30° до горизонту із прискоренням 2 м/с^2 . Знайти коефіцієнт тертя.

Дано:

$$\begin{aligned} \mu - ? \\ m = 20\text{ кг} \\ F = 80\text{ Н} \\ \alpha = 30^\circ \\ a = 2\text{ м/с}^2 \end{aligned}$$

Розв'язання



На тіло діють сила тяжіння $m\vec{g}$, сила реакції опори \vec{N} , сила тертя $\vec{F}_{\text{тер}}$, сила \vec{F} .

Запишемо рівняння руху тіла у векторній формі:

$$\vec{F} + \vec{F}_{\text{тер}} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}.$$

Проведемо осі координат та запишемо проекції:

$$\begin{cases} F \cos \alpha - F_{\text{тер}} = ma \\ F \sin \alpha + N - mg = 0 \end{cases}$$

звідки

$$F \cos \alpha - F_{\text{тер}} = ma, \quad (1)$$

$$N = mg - F \sin \alpha. \quad (2)$$

Оскільки $F_{\text{тер}} = \mu N$, то використаємо (2), тоді

$$F_{\text{тер}} = \mu(mg - F \sin \alpha).$$

Підставимо цей вираз в (1):

$$F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha) = ma$$

$$F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha = ma,$$

звідки

$$\mu = \frac{F \cos \alpha - ma}{mg - F \sin \alpha}.$$

Перевіримо розмірність і підставимо числові значення:

$$[\mu] = \frac{H - \text{кг} \cdot \frac{M}{c^2}}{\text{кг} \cdot \frac{M}{c^2} - H} = 1;$$

$$\mu = \frac{80 \cos 30^\circ - 20 \cdot 2}{20 \cdot 9,8 - 80 \sin 30^\circ} = \frac{80 \cdot 0,866 - 40}{196 - 80 \cdot 0,5} = 0,19.$$

Відповідь: $\mu = 0,19$.

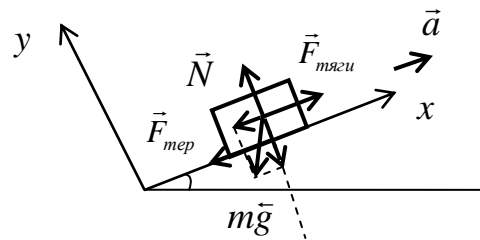
Задача 2.6 Автомобіль масою 2 т піднімається вгору по похилій площині з кутом нахилу 30° . На ділянці шляху 32 м швидкість автомобіля збільшилася від 21,6 км/год до 36 км/год. Рух автомобіля рівноприскорений. Коефіцієнт тертя 0,02. Визначити силу тяги автомобіля.

Дано:

$F_{\text{тяги}} - ?$

$m = 2 \text{ т} = 2000 \text{ кг}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $S = 32 \text{ м}$
 $v_1 = 21,6 \text{ км/год} = 6 \text{ м/с}$
 $v_2 = 36 \text{ км/год} = 10 \text{ м/с}$
 $\mu = 0,02$

Розв'язання



На автомобіль діють сила тяжіння $m\vec{g}$, сила тяги двигуна $\vec{F}_{\text{тяги}}$, сила тертя $\vec{F}_{\text{тер}}$, сила реакції опори \vec{N} . Запишемо рівняння руху тіла у векторній формі:

$$\vec{F}_{\text{тяги}} + \vec{F}_{\text{тер}} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}.$$

Пов'яжемо систему координат із площиною, по якій рухається тіло: вісь Ox вздовж площини по напрямку руху автомобіля, вісь Oy направимо перпендикулярно до Ox . Запишемо проекції сил і прискорення на вибрані осі:

$$F - F - mg \sin \alpha = ma, \quad (1)$$

$$N - mg \cos \alpha = 0. \quad (2)$$

З рівняння (1) знайдемо силу тяги:

$$F_{\text{тяги}} = F_{\text{тер}} + mg \sin \alpha + ma. \quad (3)$$

Використаємо закон для сили тертя:

$$F_{\text{тер}} = \mu N.$$

Силу реакції опори N знайдемо з рівняння (2):

$$N = mg \cos \alpha,$$

тоді

$$F_{\text{тер}} = \mu mg \cos \alpha.$$

З рівнянь кінематики маємо, що шлях

$$S = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a},$$

звідки

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2S}.$$

Підставимо вирази для $F_{\text{тер}}$ і a в (3):

$$F_{\text{тяги}} = \mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha + \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2S} = m \left[g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2S} \right].$$

Перевіримо розмірність:

$$[F_{\text{тяги}}] = \text{кг} \left(\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} + \frac{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{\text{м}} \right) = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}.$$

Підставимо числові значення:

$$F_{\text{тяги}} = 2000 \left[9,8(0,5 + 0,02 \cdot 0,866) + \frac{100 - 36}{2 \cdot 32} \right] \approx 12 \cdot 10^3 (\text{Н}) = 12 \text{кН}.$$

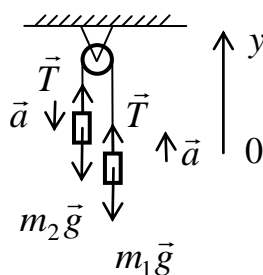
Відповідь: $F_{\text{тяги}} = 12 \text{кН}$

Задача 2.7 До кінців невагомої та нерозтяжної нитки, перекинutoї через невагомий та нерухомий блок, підвішені два тіла масами 2 кг і 3 кг. З яким прискоренням рухаються ці тіла?

Дано:

$$\begin{array}{l} a - ? \\ m_1 = 2 \text{ кг} \\ m_2 = 3 \text{ кг} \end{array}$$

Розв'язання



Умова невагомості та нерозтяжності нитки дозволяє не враховувати її масу та деформацію. Це означає, що сила натягу нитки на всіх її ділянках однакова, і тіла рухаються з одним прискоренням:

$$\begin{array}{l} T_1 = T_2 = T, \\ a_1 = a_2 = a. \end{array}$$

На кожне тіло діють сила тяжіння $m\vec{g}$ та сила натягу нитки \vec{T} .

Запишемо динамічне рівняння руху тіл:

$$\begin{cases} \vec{T} + m_1 \vec{g} = m_1 \vec{a} \\ T + m_2 \vec{g} = m_2 \vec{a}. \end{cases}$$

Запишемо ці рівняння в проекціях на вибрану вісь OY :

$$\begin{cases} T - m_1 g = m_1 a & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} T - m_2 g = -m_2 a. & (2) \end{cases}$$

Віднімемо від рівняння (1) рівняння (2) і отримаємо:

$$T - m_1g - T + m_2g = m_1a + m_2a,$$

$$g(m_2 - m_1) = a(m_1 + m_2),$$

звідки

$$a = g \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}.$$

Перевіримо розмірність:

$$[a] = \frac{M}{c^2} \cdot \frac{KZ}{KZ} = \frac{M}{c^2}.$$

Підставимо числові значення:

$$a = 9,8 \frac{3-2}{3+2} = 1,98 \left(\frac{M}{c^2} \right).$$

Відповідь: $a = 1,98 \frac{M}{c^2}$.

Задача 2.8 Автомобіль з вантажем масою 5 т проїжджає по опуклому мосту зі швидкістю 6 м/с. З якою силою автомобіль тисне на середину моста, якщо радіус кривизни моста 50 м?

Дано:

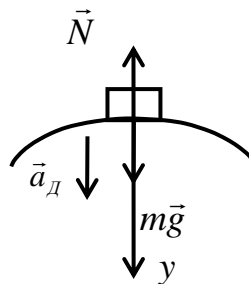
F - ?

$$m = 5 \text{ т} = 5 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$v = 6 \text{ м/с}$$

$$R = 50 \text{ м}$$

Розв'язання



На автомобіль діють сила тяжіння $m\vec{g}$ та сила реакції опори \vec{N} . Направимо вісь OY вертикально вниз по радіусу моста.

Запишемо для автомобіля рівняння руху у векторній формі:

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}.$$

Спроектуємо це рівняння на вісь OY :

$$mg - N = ma_d,$$

де $a_{\ddot{A}} = \frac{v^2}{R}$ - доцентрове прискорення.

Тоді

$$N = m \left(g - \frac{v^2}{R} \right).$$

За третім законом Ньютона з такою ж силою автомобіль буде тиснути на міст:

$$F = N = m \left(g - \frac{v^2}{R} \right).$$

Перевіримо розмірність:

$$[F] = \kappa c^2 \left(\frac{M}{c^2} - \frac{M^2}{c^2 \cdot M} \right) = \frac{\kappa c^2 \cdot M}{c^2} = H.$$

Підставимо числові значення:

$$F = 5 \cdot 10^3 \left(9,8 - \frac{36}{50} \right) \approx 4,5 \cdot 10^4 (H) \approx 45 \kappa H.$$

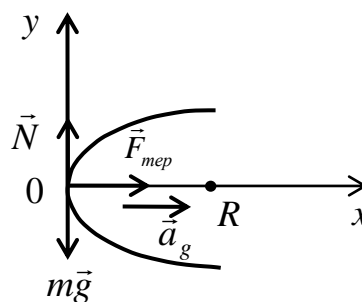
Відповідь: $F = 45 \kappa H$.

Задача 2.9 З якою максимальною швидкістю може рухатись автомобіль на горизонтальній площині радіусом 100 м , якщо коефіцієнт тертя дорівнює $0,4$.

Дано:

$$\begin{array}{l} v - ? \\ R = 100 \text{ м} \\ \mu = 0,4 \end{array}$$

Розв'язання



На автомобіль діють сила тяжіння $m\vec{g}$, сила реакції опори \vec{N} , напрямлена перпендикулярно до площини опори, та сила тертя $\vec{F}_{\text{тер}}$, напрямлена в кожний момент часу проти можливого зміщення коліс.

Систему відліку зв'яжемо із Землею, вісь Ox спрямуємо горизонтально до центра кола, вісь Oy - вертикально вгору.

Запишемо рівняння руху у векторному вигляді:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тер}} = m\vec{a}.$$

У проекціях на координатні осі маємо:

$$\begin{cases} F_{\text{тер}} = ma_{\text{д}}, & (1) \\ N - mg = 0, & (2) \end{cases}$$

де $a_{\text{д}} = \frac{v^2}{R}$ - доцентрове прискорення.

Перепишемо систему рівнянь

$$\begin{cases} F_{\text{тер}} = \frac{mv^2}{R}, & (1) \\ N = mg. \end{cases}$$

Підставимо вираз для N у формулу для сили тертя

$$F_{\text{тер}} = \mu N = \mu mg. \quad (2)$$

Прирівняємо вирази (1) та (2):

$$\frac{mv^2}{R} = \mu mg, \quad \text{звідки} \quad v = \sqrt{\mu g R}.$$

Перевіримо розмірність:

$$[v] = \sqrt{\frac{M}{c^2} \cdot M} = \frac{M}{c}.$$

Підставимо числові значення:

$$v = \sqrt{0,4 \cdot 10 \cdot 100} = \sqrt{400} = 20 \left(\frac{M}{c} \right).$$

Відповідь: $v = 20 \frac{M}{c}$.

Задача 2.10 Вважаючи орбіту Землі коловою, визначити лінійну швидкість руху Землі навколо Сонця.

Дано:

v -?

$$r = 1,49 \cdot 10^{11} \text{ м}$$

$$m_c = 1,98 \cdot 10^{30} \text{ кг}$$

Розв'язання

Рух Землі по коловій орбіті відбувається під дією сили гравітаційного притягання Сонця, модуль якої знаходимо за формулою:

$$F = G \frac{m_3 \cdot m_c}{r}.$$

Ця сила надає Землі доцентрове прискорення a_d :

$$a_d = \frac{v^2}{r}.$$

За другим законом Ньютона: $F = m_3 a_d$.

$$G \frac{m_3 \cdot m_c}{r} = m_3 \frac{v^2}{r},$$

де $m_c = 1,98 \cdot 10^{30} \text{ кг}$ - маса Сонця,

$r = 1,49 \cdot 10^{11} \text{ м}$ - відстань від Землі до Сонця.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot M^2}{кг^2}$ - гравітаційна стала.

Перевіримо розмірність:

$$[v] = \sqrt{\frac{H \cdot M^2 \cdot кг}{кг^2 \cdot M}} = \sqrt{\frac{кг \cdot M \cdot M}{c^2 \cdot кг}} = \frac{M}{c}.$$

Підставимо числові значення і виконаємо обчислення:

$$v = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,98 \cdot 10^{30}}{1,49 \cdot 10^{11}}} = 29,8 \cdot 10^3 \left(\frac{M}{c} \right) = 29,8 \left(\frac{км}{c} \right).$$

Відповідь: $v = 29,8 \frac{км}{c}$.

Задачі для самостійного розв'язання

21 Сила 60 Н надає тілу прискорення $0,8 \text{ м/с}^2$. Яка сила надасть цьому тілу прискорення 2 м/с^2 .

- 22 Тіло масою 4 кг під дією якоїсь сили набуло прискорення 2 м/с^2 . Яке прискорення набуває тіло масою 10 кг під дією такої самої сили?
- 23 Маса легкового автомобіля дорівнює 2 т, а вантажного 8 т. Порівняти прискорення автомобілів, якщо сила тяги вантажного автомобіля удвічі більша, ніж легкового.
- 24 Які сили треба прикласти до кінців дроту, жорсткість якого 100 кН/м , щоб розтягнути його на 1 мм?
- 25 Канат може витримати навантаження $2,5 \text{ кН}$. З яким максимальним прискоренням потрібно піднімати вантаж масою 200 кг, щоб канат не розірвався?
- 26 Електровоз рухає потяг по горизонтальному шляху. Сила тяги електровоза дорівнює $1,5 \cdot 10^6 \text{ Н}$. На шляхові в 600 м його швидкість збільшилася з 32,5 до 54 км/год. Визначити силу опору рухові, якщо маса електровоза дорівнює 10^7 кг .
- 27 Тіло рухається зі швидкістю 6 м/с і зупиняється при гальмуванні через 3 с. Чому дорівнює коефіцієнт тертя?
- 28 Автомобіль, маса якого 1,2 т, починає рухатися горизонтально з прискоренням $1,04 \text{ м/с}^2$. Чому дорівнює сила тяги автомобіля, якщо коефіцієнт тертя 0,2?
- 29 Хлопчик масою 50 кг, скотившись на санчатах з гори, проїхав по горизонтальній дорозі до зупинки шлях 20 м за 10 с. Знайти силу тертя і коефіцієнт тертя.
- 30 З яким прискоренням ковзає девев'яний брусок по похилій площині з кутом нахилу $\alpha = 30^\circ$ при коефіцієнті тертя 0,2?
- 31 Визначити мінімальний гальмівний шлях автомобіля на горизонтальній ділянці шляху при початковій швидкості 36 км/год, якщо максимальне значення коефіцієнта тертя спокою шин на шосе 0,55.
- 32 Хлопчик тягне санчата масою 8 кг з силою 100 Н за мотузку під кутом 30° до горизонту. Коефіцієнт тертя санчат 0,1. Визначити прискорення, з яким почнуть рухатися санчата.
- 33 Космічна ракета під час старту з поверхні Землі рухається вертикально з прискоренням 20 м/с^2 . Знайти вагу льотчика-космонавта в кабіні, якщо його маса 80 кг.
- 34 Якою повинна бути тривалість земної доби на Землі, щоб вага тіла на екваторі дорівнювала нулю. Радіус Землі $6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$.

35 Радіус планети Марс становить 0,53 радіуса Землі, а маса – 0,11 маси Землі. Знаючи прискорення вільного падіння на Землі, знайти прискорення вільного падіння на Марсі.

36 Радіус кола, яким рухається супутник планети Марс Фобос, дорівнює 9400 км, а період його обертання дорівнює 7 год 40 хв. Знайти масу Марса.

37 Яку швидкість повинен мати штучний супутник, щоб обертатися коловою орбітою на висоті 600 км над поверхнею Землі? Який період його обертання?

38 З якою швидкістю автомобіль має проходити середину опуклого моста радіусом 40м, щоб пасажир на мить опинився в стані невагомості?

39 Автомобіль масою 2 т проходить по опуклому мосту, який має радіус кривизни 40м, зі швидкістю 30 км/год. З якою силою автомобіль тисне на середину моста?

40 Хлопчик масою 50 кг гойдається на гойдалці, довжина підвісу якої 4 м. З якою силою він тисне на сидіння під час проходження середнього положення зі швидкістю 6м/с.

ТЕМАТИЧНИЙ КОНТРОЛЬ 1.2 ДИНАМІКА

- 1 ДИНАМІКА =ЦЕ ...
- 2 ПЕРШИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА: ...
- 3 ІНЕРЦІАЛЬНА СИСТЕМА ВІДЛІКУ – ЦЕ ...
- 4 ІНЕРЦІЯ – ЦЕ ...
- 5 ІНЕРТНІСТЬ – ЦЕ ...
- 6 МАСА – ЦЕ ...
- 7 СИЛА – ЦЕ ...
- 8 ДРУГИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА: ...
- 9 ТРЕТІЙ ЗАКОН НЬЮТОНА: ...
- 10 ПРИНЦИП ВІДНОСНОСТІ ГАЛІЛЕЯ: ...
- 11 ГРАВІТАЦІЙНЕ ПОЛЕ –ЦЕ ...
- 12 ЗАКОН ВСЕСВІТНЬОГО ТЯЖІННЯ: ...
- 13 СИЛА ТЯЖІННЯ – ЦЕ ...
- 14 ВАГА – ЦЕ ...

15 ДЕФОРМАЦІЯ – ЦЕ ...

16 СИЛИ ПРУЖНОСТІ – ЦЕ ...

17 ЗАКОН ГУКА: ...

18 СИЛИ ТЕРТЯ – ЦЕ ...

19 ЗАКОН АМОНТОНА КУЛОНА: ...

Модуль III ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ У МЕХАНІЦІ

Тема 9 ІМПУЛЬС ТІЛА. ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ ІМПУЛЬСУ

Імпульс тіла (кількість руху) \vec{p} - це векторна міра механічного руху, що дорівнює добутку маси тіла m на його швидкість \vec{v} :

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}} \quad (9.1)$$

Напрямок імпульсу тіла збігається з напрямком його швидкості.

Одиниця імпульсу в системі СІ:

$[p] = [m] \cdot [v] = 1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м/с} = 1 \text{ кг}(\text{м/с})$ - кілограм-метр за секунду – це імпульс тіла масою 1 кг, швидкість руху якого 1 м/с.

Імпульс системи тіл дорівнює векторній сумі імпульсів усіх тіл системи

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i + m_i \vec{v}_2 + \dots + m_n \vec{v}_n .$$

Якщо на тіло (матеріальну точку) масою m протягом проміжку часу Δt діє стала сила \vec{F} , то швидкість його руху змінюється від \vec{v}_0 до \vec{v} , і прискорення тіла є сталим:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} .$$

Запишемо для тіла другий закон Ньютона:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \cdot \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} ,$$

звідки

$$\vec{F}\Delta t = m\vec{v} - m\vec{v}_0 .$$

Використавши (9.1), перепишемо:

$$\vec{F}\Delta t = \vec{p} - \vec{p}_0 .$$

$$\boxed{\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}} \quad (9.2)$$

Добуток сили \vec{F} на час її дії Δt називають імпульсом сили. Імпульс сили – це векторна величина, що є мірою дії сили.

Одиниця імпульсу сили в системі СІ:

$$[F\Delta t] = H \cdot c - \text{ньютон} \cdot \text{секунда}.$$

Вираз (9.2) являє собою другий закон Ньютона в імпульсній формі: зміна імпульсу тіла $\Delta\vec{p}$ за час Δt дорівнює імпульсу сили $\vec{F}\Delta t$, що діє на тіло протягом цього часу.

Закон збереження імпульсу

Розглянемо систему тіл за відсутності зовнішніх сил - замкнену систему.

Замкнена система – це система тіл, що не взаємодіють з іншими тілами, які не входять у цю систему.

У цьому випадку $\vec{F} = 0$.

З (9.2) випливає, що

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t},$$

тоді

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = m \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = 0.$$

Це означає незмінність повного (сумарного) імпульсу системи:

$$\boxed{\vec{p} = const} \quad (9.3)$$

(вектор не дорівнює константі).

Закон збереження імпульсу (9.3) стверджує: **векторна сума імпульсу тіл замкненої системи залишається сталою під час будь-яких взаємодій тіл системи між собою.**

Якщо сума зовнішніх сил не дорівнює нулю, але сума їх проекцій на якийсь напрям дорівнює нулю, то проекція імпульсу системи на цей напрям не змінюється. Так, наприклад, система тіл на поверхні Землі не буде замкненою за рахунок дії сили тяжіння, але сума проекцій імпульсів на горизонтальний напрям може бути незмінною (якщо сили тертя відсутні), оскільки в цьому напрямку сила тяжіння не діє (рис.19).

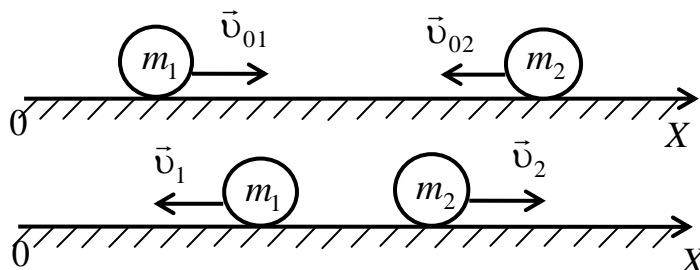


Рисунок 19

$$\vec{p}_{01} + \vec{p}_{02} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

$$m_1\vec{v}_{01} + m_2\vec{v}_{02} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2.$$

У проекції на вісь OX

$$m_1 v_{01} - m_2 v_{02} = m_2 v_2 - m_1 v_1.$$

Закон збереження імпульсу є одним з основних законів фізики. Він справедливий при взаємодії не тільки великих тіл, а й для молекул, атомів, елементарних частинок.

Прикладом застосування закону збереження імпульсу в техніці є реактивний рух.

Реактивний рух – це рух тіла, який виникає внаслідок видалення з нього з якоюсь швидкістю деякої його частини.

Сучасні космічні ракети здійснюють свої польоти за рахунок реактивного руху. Спочатку система знаходиться у спокої, тобто її повний імпульс дорівнює нулю. Після згоряння палива виникають розжарені гази, які з великою швидкістю викидаються з ракети. Сама ракета при цьому летить у протилежному напрямку, оскільки повний імпульс замкненої системи згідно із законом збереження імпульсу повинен залишатися сталим.

Реактивний рух не потребує взаємодії з навколишнім середовищем.

Основоположником теорії космічних польотів є визначний вчений К.Цюлковський (1857-1935). Він створив загальні основи теорії реактивного руху, розробив основні принципи та схеми реактивних літальних апаратів, довів необхідність використання багатоступеневої ракети для міжпланетних польотів.

! Ключові слова та терміни

- | | |
|-----------------------------|---------------------------|
| 1 Імпульс тіла | 7 Реактивний рух |
| 2 Імпульс сили | 8 Видалення |
| 3 Пружний удар | 9 Ракета |
| 4 Непружний удар | 10 Космос |
| 5 Закон збереження імпульсу | 11 Багатоступенева ракета |
| 6 Замкнена система | 12 Паливо |

? Контрольні запитання

- 1 Що називається імпульсом тіла?
- 2 Прочитайте формулу імпульсу тіла.
- 3 Що є одиницею вимірювання імпульсу тіла?
- 4 Який напрям має вектор імпульсу?
- 5 Що називається імпульсом сили?
- 6 Що є одиницею вимірювання імпульсу сили?
- 7 Сформулюйте другий закон Ньютона в імпульсній формі.
- 8 Яка система тіл називається замкненою?
- 9 Сформулюйте закон збереження імпульсу.
- 10 Що називається реактивним рухом?

Тема 10 МЕХАНІЧНА РОБОТА. ПОТУЖНІСТЬ

Механічна робота A постійної сили F - це скалярна фізична величина, що дорівнює добутку модулів сили, переміщення й косинуса кута між векторами сили \vec{F} і переміщення $\Delta\vec{r}$:

$$A = |\vec{F}| \cdot |\Delta\vec{r}| \cos\alpha \quad (10.1)$$

Оскільки при прямолінійному русі $|\Delta\vec{r}| = S$, то формула (10.1) набирає вигляду

$$A = FS \cos\alpha \quad (10.2)$$

Фізичний зміст роботи – це міра дії сили, яка залежить від величини сили та її напрямку, а також від переміщення точки під дією цієї сили.

Розглянемо різні випадки прикладання сили.

1 Якщо напрям сили збігається з напрямом руху тіла, тобто $\alpha = 0^\circ$ (рис.20), то $\cos\alpha = 1$ і формула (10.2) набирає вигляду

$$A = FS. \quad (10.3)$$

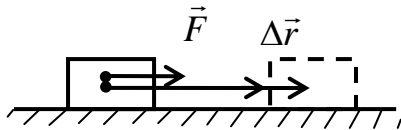


Рисунок 20

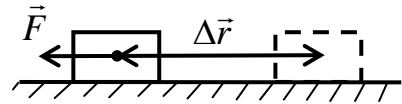


Рисунок 21

2 Якщо $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ (рис.22), то $\cos\alpha > 0$ і робота $A = FS \cos\alpha > 0$. Додатну роботу (рис.20, 23) виконують рушійні сили, або сили тяги.

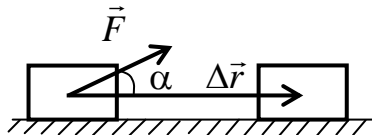


Рисунок 22

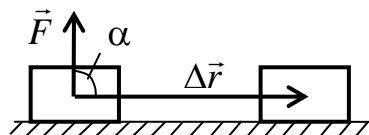


Рисунок 23

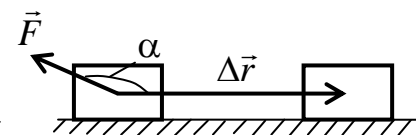


Рисунок 24

3 Якщо сила напрямлена перпендикулярно до напрямку руху тіла, тобто $\alpha = 90^\circ$ (рис.23), то $A = 0$. Наприклад, сила тяжіння не виконує роботу при переміщенні тіла вздовж горизонтальної площини, а також під час руху супутника по коловій орбіті.

4 Якщо сила та напрям переміщення створюють тупий кут, то $\alpha > 90^\circ$ (рис.24) і $\cos\alpha < 0$. Робота такої сили $A = -FS \cos\alpha < 0$.

5 Якщо переміщення тіла відбувається в біг, протилежний напрямку дії сили, то $\alpha = 180^\circ$ (рис.21) і $\cos\alpha = -1$. Робота такої сили $A = -FS < 0$.

Тобто робота сил опору і сил тертя від'ємна.

Одиниця виміру роботи в системі СІ – Джоуль (Дж).

$$[A] = [F] \cdot [S] = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$$

1 Дж – це робота, яку здійснює сила 1 Н на відстані 1 м в напрямку дії сили (рис.20).

Одиниця роботи названа на честь англійського вченого Джеймса Джоуля (1818-1889 рр.).

У розглянутих прикладах $F = const$, графіком такої сили буде пряма, паралельна осі шляху (рис.25).

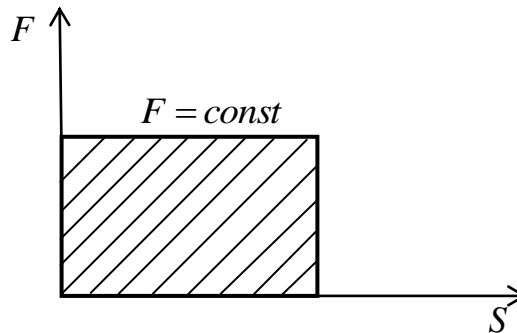


Рисунок 25

З графіка видно, що **геометричний зміст роботи** – це площа заштрихованого прямокутника.

Крім роботи, у фізиці використовують потужність, величину, яка показує швидкість виконання роботи.

Потужність N - це скалярна фізична величина, що дорівнює відношенню виконаної роботи до проміжку часу, за який вона виконана.

$$N = \frac{A}{t} \quad (10.4)$$

Одиниця виміру потужності в системі $СИ$ - ват (Вт)

$$[N] = \frac{[A]}{[t]} = \frac{Дж}{с} = Вт.$$

1 Ват – це потужність, при якій робота 1Дж здійснюється за час 1с.

Одиниця потужності названа на честь англійського винахідника Джеймса Ватта, який винайшов перший паровий двигун.

При рівномірному прямолінійному русі

$$N = \frac{A}{t} = \frac{FS}{t} = Fv, \quad (10.5)$$

де v - швидкість рівномірного руху.

При рівнозмінному русі тіла середню потужність можна визначити через середню швидкість

$$N_{сеп} = Fv_{сеп}. \quad (10.6)$$

Механічні машини та механізми полегшують працю людини. Вони характеризуються коефіцієнтом корисної дії ККД.

ККД η (грец.буква «ета») – це фізична величина, що дорівнює відношенню корисної роботи $A_{кор}$ до всієї витраченої роботи $A_{вум}$ (у відсотках):

$$\eta = \frac{A_{кор}}{A_{вум}} \cdot 100\%. \quad (10.7)$$

Корисна робота завжди являє собою тільки частину усієї роботи, яку витрачає людина, використовуючи той чи інший механізм. Частина здійсненої роботи

витрачається на подолання сил тертя. Оскільки $A_{\text{вип}} > A_{\text{кор}}$, то ККД завжди менше (100%).

! Ключові слова та терміни

- | | |
|----------------------|---------------------------|
| 1 Механічна робота | 7 Потужність |
| 2 Робота сили | 8 Механізм |
| 3 Виконувати роботу | 9 Коефіцієнт корисної дії |
| 4 Сила тяги | 10 Корисна робота |
| 5 Фізичний зміст | 11 Витрачена робота |
| 6 Геометричний зміст | 12 Відсотки |

? Контрольні запитання

- 1 Що називається механічною роботою?
- 2 Прочитайте формулу механічної роботи.
- 3 Що є одиницею вимірювання роботи?
- 4 Який фізичний зміст роботи?
- 5 Який геометричний зміст роботи?
- 6 В якому випадку сила здійснює додатню роботу?
- 7 В якому випадку сила здійснює від'ємну роботу?
- 8 В якому випадку сила не здійснює роботу?
- 9 Що називається потужністю?
- 10 Прочитайте формулу потужності.
- 11 Що є одиницею вимірювання потужності?
- 12 Який зв'язок між швидкістю рівномірного руху автомобіля і потужністю його двигуна?
- 13 Що називається коефіцієнтом корисної дії (ККД)?
- 14 Запишіть формулу ККД.
- 15 Чому значення ККД завжди менше одиниці?

Тема 11 ЕНЕРГІЯ. КІНЕМАТИКА ТА ПОТЕНЦІАЛЬНА ЕНЕРГІЯ. ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ ЕНЕРГІЇ У МЕХАНІЦІ.

Енергія W – це скалярна фізична величина, яка є мірою здатності тіла або системи тіл виконати роботу внаслідок зміни свого стану.

Зміна енергії тіла вимірюється роботою, яку може виконати тіло в даних умовах, тобто **механічна робота є мірою зміни механічної енергії.**

$$\boxed{A = \Delta W} \quad (11.1)$$

Одиниця виміру енергії в системі СІ така сама, як і одиниця виміру роботи – джоуль (Дж):

$$[W] = [A] = \text{Дж}.$$

Розрізняють два види механічної енергії: кінетична W_k та потенціальна W_n .

1. Кінетична енергія W_k – це енергія, яку мають тіла внаслідок свого руху (швидкості).

Щоб визначити кінетичну енергію тіла, потрібно визначити роботу, яку потрібно здійснити, щоб змінити модуль швидкості тіла масою m від v_0 до v .

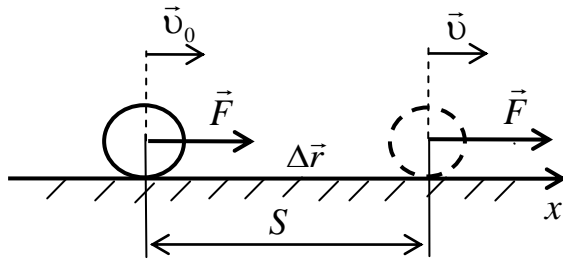


Рисунок 26

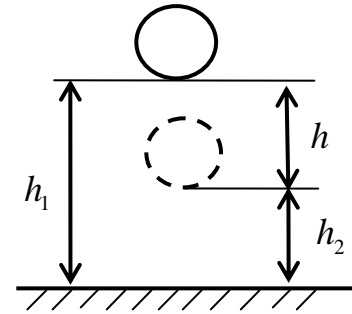


Рисунок 27

Нехай під дією сили \vec{F} тіло пройшло шлях S у напрямку дії сили (рис. 26), при цьому здійснено роботу

$$A = F \cdot S.$$

Силу F визначимо за другим законом Ньютона

$$F = ma.$$

Оскільки на тіло діє стала сила, то рух тіла буде рівноприскореним, тоді

$$S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}.$$

Підставимо вираз для F та S в формулу роботи:

$$A = F \cdot S = ma \cdot \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}. \quad (11.2)$$

Згідно з (11.1) дробові вирази у правій частині є виразами енергії руху W_k в кінці і на початку шляху S . Якщо початкова швидкість дорівнює нулю, то кінетична енергія визначається за формулою

$$\boxed{W_k = \frac{mv^2}{2}} \quad (11.3)$$

Кінетична енергія дорівнює половині добутку маси тіла на квадрат його швидкості.

Тоді з (11.2) випливає

$$\boxed{A = W_k - W_{k_0} = \Delta W_k} \quad (11.4)$$

Формула (11.4) називається **теоремою про кінетичну енергію: робота всіх сил, які діють на матеріальну точку (тіло), дорівнює зміні кінетичної енергії тіла.**

2. Потенціальна енергія W_n – це енергія, яка визначається взаємним розташуванням взаємодіючих тіл або частин тіла.

а) Потенціальна енергія тіла, піднятого над поверхнею Землі.

Щоб визначити потенціальну енергію тіла, потрібно визначити роботу, яку здійснює сила тяжіння $m\vec{g}$ при падінні тіла масою m (рис. 27) з висоти h_1 до висоти h_2 . Оскільки $h \ll R_{\text{землі}}$, то $\vec{g} = \text{const}$.

$$A = mgh = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2. \quad (11.5)$$

Згідно з (11.1) добутки у правій частині є виразами енергії W_n на початку та в кінці падіння.

$$\boxed{W_n = mgh} \quad (11.6)$$

Потенціальна енергія тіла, яке взаємодіє із Землею, дорівнює добутку маси m цього тіла на прискорення вільного падіння g та на висоту тіла над поверхнею Землі h .

Значення потенціальної енергії тіла, піднятого над Землею, залежить від вибору нульового рівня, тобто висоти, на якій потенціальна енергія береться за нуль. Нульовий рівень потенціальної енергії можна вибрати довільно, користуючись, наприклад, простішим виразом відповідних рівнянь.

З урахуванням (11.6) перепишемо (11.5):

$$\boxed{A = W_{n_1} - W_{n_2} = -(W_{n_2} - W_{n_1}) = -\Delta W_n.} \quad (11.7)$$

Робота сили тяжіння дорівнює зміні потенціальної енергії тіла, взятій з протилежним знаком. Знак «мінус» означає, що робота здійснюється за рахунок зменшення потенціальної енергії тіла.

б) Потенціальна енергія пружно деформованої пружини (стисненої або розтягнутої)

Визначимо роботу сили пружності при зміні координати правого кінця пружини від x_0 до x (рис. 28). Оскільки сила пружності на цій відстані змінюється лінійно, в законі Гука (8.1) можна використати її середнє значення:

$$F_{\text{пр.ср}} = \frac{kx_0 + kx}{2} = \frac{k}{2}(x_0 + x),$$

де k – жорсткість пружини (коефіцієнт пружності).

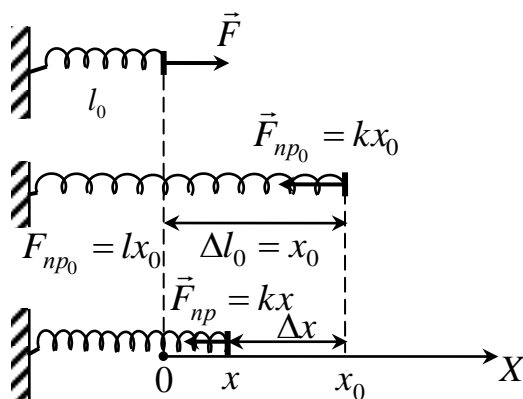


Рисунок 28

Оскільки напрями $\vec{F}_{\text{пр.ср}}$ та $\Delta\vec{x}$ збігаються, робота сил пружності

$$A = \frac{k}{2}(x_0 + x) \cdot \Delta x = \frac{k}{2}(x_0 + x)(x_0 - x) = \frac{k}{2}(x_0^2 - x^2) = \frac{kx_0^2}{2} - \frac{kx^2}{2}. \quad (11.8)$$

Згідно з (11.1) дробові вирази в правій частині є виразами енергії W_n на початку та в кінці деформації.

$$W_n = \frac{kx^2}{2}. \quad (11.9)$$

Потенціальна енергія пружно деформованого тіла дорівнює половині добутку коефіцієнта пружності k на квадрат деформації x .

З урахуванням (11.9) перепишемо (11.8):

$$A = W_{n_0} - W_n = -(W_n - W_{n_0}) = -\Delta W_n. \quad (11.10)$$

Сила тяжіння та сила пружності є консервативними силами.

Консервативні сили – це сили, робота яких не залежить від форми траєкторії і визначається тільки початковим і кінцевим положенням тіла (рис.29). Робота консервативних сил вздовж замкнутого контуру дорівнює нулю (рис. 30).

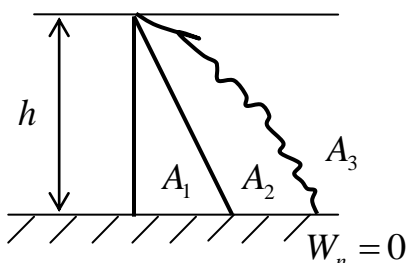


Рисунок 29

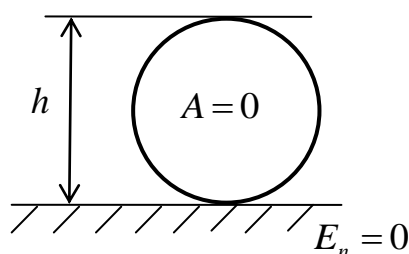


Рисунок 30

Закон збереження механічної енергії

Повна механічна енергія W замкненої системи тіл, в якій діють лише консервативні сили, не змінюється. Відбувається лише взаємне перетворення потенціальної енергії тіл в їх кінетичну енергію, і навпаки.

Повною механічною енергією системи називається сума її кінетичної та потенціальної енергії:

$$W = W_k + W_n = const. \quad (11.11)$$

Це означає, що

$$W_{k_1} + W_{n_1} = W_{k_2} + W_{n_2}.$$

Наприклад, розглянемо рух тіла у замкненій системі, у якій діють тільки консервативні сили. Нехай тіло масою m вільно падає на Землю з висоти h .

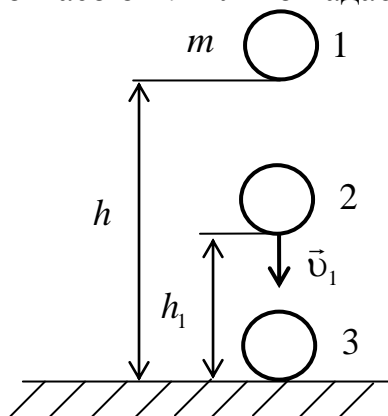


Рисунок 31

У точці 1 $W_{n_1} = mgh$; $W_{k_1} = 0$.

Повна механічна енергія в точці 1 $W_1 = W_{n_1} + W_{k_1} = mgh$.

У точці 2 $W_{n_2} = mgh_1$; $W_{k_2} = \frac{m v_1^2}{2}$.

Повна механічна енергія в точці 2 $W_2 = W_{n_2} + W_{k_2} = mgh_1 + \frac{m v_1^2}{2}$.

Так як швидкість v_1 в точці 2 $v_1 = \sqrt{2g(h-h_1)}$,

то $W_2 = mgh_1 + \frac{m}{2} 2g(h-h_1) = mgh$.

У точці 3 при падінні тіла (нульовий рівень) $W_{n_3} = 0$; $W_{k_3} = \frac{m v^2}{2}$, але $v = \sqrt{2gh}$.

Тому повна механічна енергія в точці 3 $W_3 = W_{n_3} + W_{k_3} = \frac{m}{2} \cdot 2gh = mgh$.

Як бачимо, $W_1 = W_2 = W_3 = mgh$.

У сучасній фізиці енергія є одним з найважливіших понять. Її фізичний зміст: **енергія – загальна кількісна міра руху і взаємодії усіх видів матерії. Енергія не виникає і не зникає, а перетворюється з одного виду на інший. Поняття енергії пов'язує в єдине ціле всі явища природи.**

! Ключові слова та терміни

- | | |
|--------------------------------|------------------------------|
| 1 Енергія. | 10 Замкнена система. |
| 2 Здатність тіла. | 11 Закон збереження енергії. |
| 3 Виконати (здійснити) роботу. | 12 Повна механічна енергія. |
| 4 Кінетична енергія. | 13 Фізичний зміст. |
| 5 Потенціальна енергія. | 14 Матерія. |
| 6 Взаємне розташування тіл. | 15 Центральний удар. |
| 7 Нульовий рівень. | 16 Зіткнення. |
| 8 Пружно деформована пружина. | 17 Абсолютно пружний удар. |
| 9 Консервативні сили. | 18 Абсолютно непружний удар. |

!! Зверніть увагу!

1 Що є мірою чого.

Робота є мірою зміни енергії тіла.

Енергія є мірою здатності тіла виконати роботу.

2 Потенціальна та кінетична енергія тіла є відносними величинами.

Потенціальна енергія визначається стосовно даного нульового рівня, кінетична – відносно даної системи відліку.

3 На відміну від кінетичної енергії поступального руху, яка може мати тільки додатне значення, потенціальна енергія тіла може бути додатною ($h > 0 \Rightarrow W_n > 0$), від'ємною ($h < 0 \Rightarrow W_n < 0$) і дорівнювати нулю ($h = 0 \Rightarrow W_n = 0$).

4 **Фізичний зміст має не абсолютне значення механічної енергії, а її зміна.** Механічна енергія – відносна величина, зміна механічної енергії – абсолютна величина.

5 Замкнена система – це ідеальна модель, при якій не враховують дії зовнішніх сил.

6 **Сили тяжіння, сили пружності – консервативні сили.**

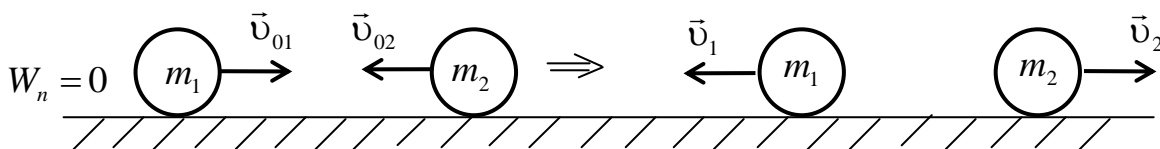
Під дією консервативних сил відбувається перетворення кінетичної енергії в потенціальну та навпаки.

7 Сили тертя – неконсервативні сили. Під дією неконсервативних сил відбувається перетворення механічної енергії в інші види енергії.

8 **Удар (співудар)** – це зіткнення двох або більше тіл, при якому взаємодія триває дуже короткий час.

Центральний удар – це удар, при якому тіла до удару рухаються вздовж прямої, що проходить через їхні центри мас.

1 **Абсолютно пружний удар.** При ударі абсолютно пружних тіл зберігається їх сумарний імпульс та сумарна кінетична енергія.



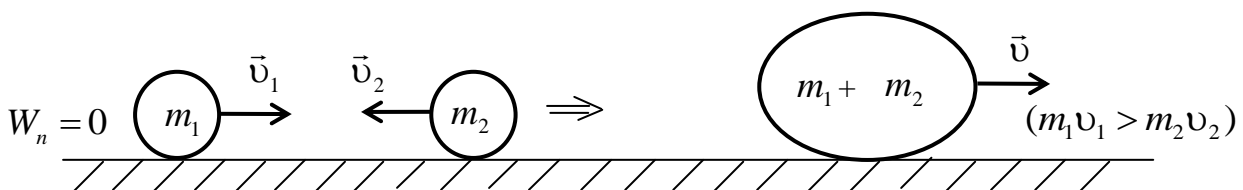
Закон збереження імпульсу:

$$m_1 \vec{v}_{01} + m_2 \vec{v}_{02} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2.$$

Закон збереження енергії:

$$\frac{m_1 v_{01}^2}{2} + \frac{m_2 v_{02}^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}.$$

2 **Абсолютно непружний удар** – це удар, в результаті якого тіла об'єднуються, рухаючись далі як єдине ціле у напрямку руху тіла, що мало більший імпульс.



Закон збереження імпульсу:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$$

Закон збереження механічної енергії не виконується, так як при непружному співударі частина механічної енергії переходить у внутрішню (нагрівання тіл, деформація)

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} + \Delta W_k$$

? Контрольні запитання

- 1 Що таке енергія?
- 2 Які існують види механічної енергії?
- 3 В яких одиницях вимірюється енергія?
- 4 Що називається кінетичною енергією?
- 5 Від чого залежить кінетична енергія?
- 6 Що називається потенціальною енергією?
- 7 Від чого залежить потенціальна енергія тіла, піднятого над Землею?
- 8 Від чого залежить потенціальна енергія пружно деформованого тіла?
- 9 Прочитайте теорему про кінетичну енергію.
- 10 Що таке консервативні сили? Наведіть приклади.
- 11 Сформулюйте закон збереження механічної енергії.
- 12 Що таке повна механічна система?
- 13 Який фізичний зміст має енергія?
- 14 Який фізичний зміст має робота?

Задачі з теми «Закони збереження у механіці»

I Приклади розв'язання задач

Задача 3.1 Футболіст ударяє по м'ячу масою 400 г і надає йому швидкість 15 м/с. Удар триває 0,02 с. Знайти середню силу удару.

Дано:

Розв'язання

$F = ?$ $m = 400 \text{ г} = 0,4 \text{ кг}$ $v = 15 \text{ м/с}$ $\Delta t = 0,02 \text{ с}$	Система не замкнута. Імпульс сили дорівнює зміні імпульсу тіла $F \Delta t = \Delta p,$ де зміна імпульсу $\Delta p = p_2 - p_1 = m v - m v_0 = m(v - v_0)$.
--	--

Оскільки м'яч до удару був нерухомий, то $v_0 = 0$, тоді

$$F \Delta t = m v, \quad \text{звідки } F = \frac{m v}{\Delta t}.$$

Перевіримо розмірність

$$[F] = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}}{\text{с}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}.$$

Підставимо числові значення і виконаємо обчислення

$$F = \frac{0,4 \cdot 15}{0,02} = 300 \text{ (H)}.$$

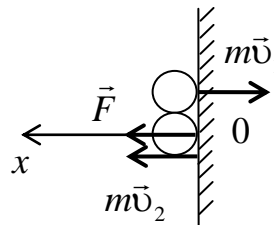
Відповідь: 300 Н.

Задача 3.2 Тенісний м'яч масою 150 г летить перпендикулярно до гладенької стіни, ударяється об неї і відскакує від неї без втрати швидкості. Знайти середню силу удару, якщо швидкість м'яча 10 м/с, а тривалість удару 0,05 с.

Дано:

Розв'язання

$F - ?$
$m = 150 \text{ г} = 0,15 \text{ кг}$
$v = 10 \text{ м/с}$
$v_1 = v_2 = v$
$\Delta t = 0,05 \text{ с}$



Розглянемо рух м'яча в системі відліку, пов'язаній зі стінкою

На рисунку: $m\vec{v}_1$ – імпульс м'яча до удару;

$m\vec{v}_2$ – імпульс м'яча після удару;

\vec{F} – середня сила, з якою стінка діє на м'яч при ударі.

Запишемо другий закон Ньютона в імпульсній формі:

$$\vec{F}\Delta t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1.$$

Спроекуємо це векторне рівняння на вибрану вісь Ox :

$$F\Delta t = mv_2 - (-mv_1),$$

звідки $F\Delta t = mv_2 + mv_1$.

Оскільки за умовою $v_1 = v_2 = v$, маємо $F\Delta t = mv + mv = 2mv$, звідки $F = \frac{2mv}{\Delta t}$.

Перевіримо розмірність

$$[F] = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}}{\text{с}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}.$$

Підставимо числові значення і виконаємо обчислення

$$F = \frac{2 \cdot 0,15 \cdot 10}{0,05} = 60 \text{ (H)}.$$

Відповідь: $F = 60 \text{ Н}$.

Задача 3.3 Ракета піднялася вертикально вгору і досягла висоти 150 м. Маса ракети разом із зарядом 300 г, маса заряду 50 г. Знайти швидкість виходу газів з ракети внаслідок згоряння заряду, вважаючи, що згоряння газу відбувається миттєво.

Дано:

Розв'язання

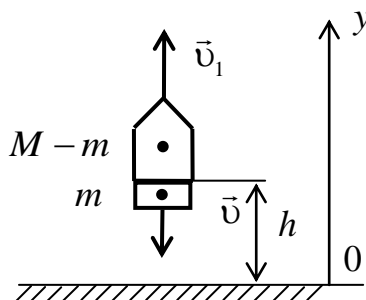
v -?

Зробимо рисунок згідно з умови задачі:

$$M = 300 \text{ г} = 0,3 \text{ кг}$$

$$m = 50 \text{ г} = 0,05 \text{ кг}$$

$$h = 150 \text{ м}$$



Закон збереження імпульсу для системи ракета-гази має вигляд:

$$0 = (M - m)\vec{v}_1 + m\vec{v}.$$

У проекції на вибрану вісь OY :

$$0 = (M - m)v_1 - mv,$$

звідки $(M - m)v_1 = mv$.

Висота, на яку піднялася ракета $h = \frac{v_1^2}{2g}$, звідки $v_1 = \sqrt{2gh}$,

де $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ – прискорення вільного падіння.

Тоді маємо

$$(M - m)\sqrt{2gh} = mv,$$

звідки

$$v = \frac{(M - m)\sqrt{2gh}}{m}.$$

Перевіримо розмірність

$$[v] = \frac{\text{кг} \sqrt{\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Підставимо числові значення і виконаємо обчислення

$$v = \frac{(0,3 - 0,05)\sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 150}}{0,05} = 271 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right).$$

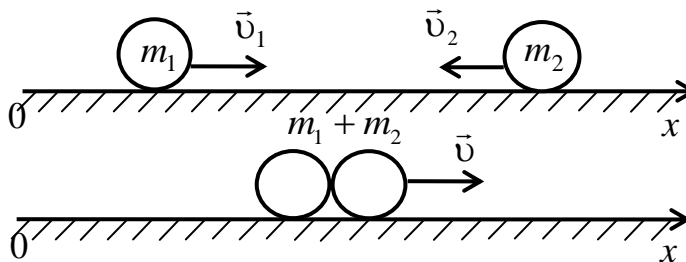
Відповідь: $v = 271 \text{ м/с}$.

Задача 3.4 Дві кулі масами 1 кг і 1,5 кг рухаються назустріч одна одній по ідеально гладкій поверхні зі швидкостями 3 м/с і 1 м/с. Визначити швидкість кулі після абсолютно непружного удару.

Дано:

v - ?
$m_1 = 1 \text{ кг}$
$m_2 = 1,5 \text{ кг}$
$v_1 = 3 \text{ м/с}$
$v_2 = 1 \text{ м/с}$
$m = m_1 + m_2$

Розв'язання



У проекції на вибрану вісь зовнішні сили не діють, тому можна використати закон збереження імпульсу

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}.$$

У проекції на вісь Ox :

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v,$$

звідки

$$v = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Перевіримо розмірність

$$[v] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м/с} - \text{кг} \cdot \text{м/с}}{\text{кг} + \text{кг}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м/с}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Підставимо числові значення і виконаємо обчислення

$$v = \frac{1 \cdot 3 - 1,5 \cdot 1}{1 + 1,5} = 0,6 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right).$$

Відповідь: $v = 0,6 \text{ м/с}$.

Задача 3.5 Стиснута на 4 см легка пружина, один з кінців якої закріплено до стіни, розпрямляється і штовхає кульку масою 20 г у горизонтальному напрямку. Яку швидкість буде мати кулька, якщо жорсткість пружини дорівнює 800 Н/м.

Дано:

x - ?
$x = 4 \text{ см} = 0,04 \text{ м}$
$m = 20 \text{ г} = 0,02 \text{ кг}$
$k = 800 \text{ Н/м}$

Розв'язання

При взаємодії пружини з кулькою відбувається перетворення енергії: потенціальна енергія стиснутої

пружини
$$W_n = \frac{kx^2}{2}$$

переходить у кінетичну енергію кульки

$$W_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Оскільки кулька рухається в горизонтальному напрямку, її потенціальна енергія не змінюється.

Згідно із законом збереження енергії $\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$, звідки $v = x \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Перевіримо розмірність $[v] = m \sqrt{\frac{H}{m \cdot \text{кг}}} = m \sqrt{\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{c^2 \cdot m \cdot \text{кг}}} = \frac{m}{c}$.

Підставимо числові значення і виконаємо обчислення

$$v = 0,04 \sqrt{\frac{800}{0,02}} = 8 \left(\frac{m}{c}\right).$$

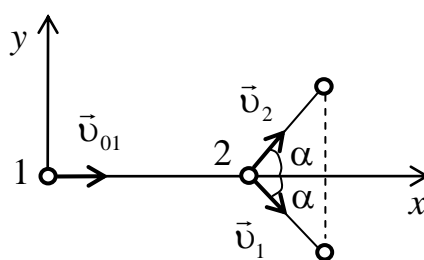
Відповідь: $v = 8 \text{ м/с}$.

Задача 3.6 Більярдна куля 1, яка рухається зі швидкістю 10 м/с, вдарилась об кулю 2, яка перебуває у стані спокою і має таку саму масу. Після удару кулі розійшлися під кутом 45° до напрямку руху кулі 1. Знайти швидкості куль після удару.

Дано:

Розв'язання

$v_1 - ?$	$v_2 - ?$
$m_1 = m_2 = m$	
$v_{01} = 10 \text{ м/с}$	
$\alpha = 45^\circ$	
$v_{02} = 0$	



Система з двох куль замкнута. Закон збереження імпульсу

$$m\vec{v}_{01} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2.$$

Спроектуємо це векторне рівняння на осі OX та OY :

$$\begin{cases} m v_{01} = m v_1 \cos \alpha + m v_2 \cos \alpha, & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = -m v_1 \sin \alpha + m v_2 \sin \alpha. & (2) \end{cases}$$

З другого рівняння випливає, що $v_1 = v_2$.

Тоді з (2) маємо $v_{01} = 2v_1 \cos \alpha$, звідки $v_1 = v_2 = \frac{v_{01}}{2 \cos \alpha}$.

Підставимо числові значення і виконаємо обчислення

$$v_1 = v_2 = \frac{10 \text{ м/с}}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = 7,1 \text{ м/с}.$$

Відповідь: $v_1 = v_2 = 7,1 \text{ м/с}$.

Задача 3.7 Дві кульки масами 0,5 кг та 0,9 кг рухаються горизонтально назустріч одна одній вздовж однієї прямої. Після зіткнення вони злипаються. Визначити швидкість кульок після зіткнення, якщо їх швидкості до удару були відповідно 0,4 м/с та 0,1 м/с. Порівняти енергію кульок до і після удару. Пояснити, чому виникає зміна енергії.

Дано:

$$v - ? W_1 - ? W_2 - ? \Delta W - ?$$

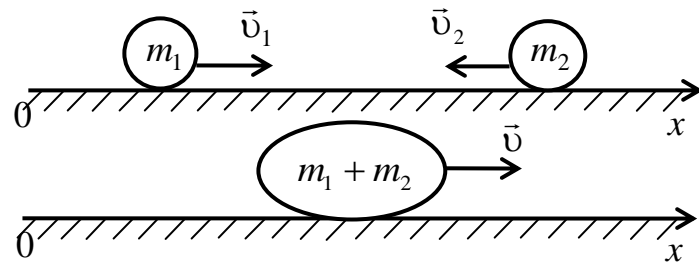
$$m_1 = 0,5 \text{ кг}$$

$$m_2 = 0,9 \text{ кг}$$

$$v_1 = 0,4 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 0,1 \text{ м/с}$$

Розв'язання



1 Згідно із законом збереження імпульсу

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}.$$

У проекції на горизонтальну вісь Ox маємо

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v,$$

звідки швидкість кульок після удару

$$v = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Перевіримо розмірність та підставимо числові значення:

$$[v] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м/с} - \text{кг} \cdot \text{м/с}}{\text{кг} + \text{кг}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с} \cdot \text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

$$v = \frac{0,5 \cdot 0,4 - 0,9 \cdot 0,1}{0,5 + 0,9} = 0,08 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right).$$

2. Енергією тіла до удару є кінетична енергія руху кульок ($W_n = 0$).

$$W_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}.$$

Енергія тіл після удару

$$W_2 = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2}.$$

Перевіримо розмірність та підставимо числові значення:

$$[W] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2} + \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж},$$

$$W_1 = \frac{0,5 \cdot 16 \cdot 10^{-2}}{2} + \frac{0,9 \cdot 10^{-2}}{2} = 4,45 \cdot 10^{-2} (\text{Дж}),$$

$$W_2 = \frac{(0,5 + 0,9) \cdot 64 \cdot 10^{-4}}{2} = 0,45 \cdot 10^{-2} (\text{Дж}).$$

Як бачимо з числових результатів, $W_1 > W_2$.

Знайдемо зміну енергії

$$\Delta W = W_1 - W_2:$$

$$\Delta W = 4,45 \cdot 10^{-2} \text{ Дж} - 0,45 \cdot 10^{-2} \text{ Дж} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}.$$

Кінетична енергія тіл після абсолютно непружного удару зменшилася, оскільки частина енергії ΔW перетворилася в енергію деформації та внутрішню енергію.

Відповідь: $v = 0,08 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $W_1 = 4,45 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$; $W_2 = 0,45 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$; $\Delta W = 4 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$.

Задача 3.8 На тіло масою 10 кг, яке рухається по горизонтальній площині, діє сила 100 Н під кутом 30° . Визначити роботу всіх сил, що діють на тіло, а також їх сумарну роботу при переміщенні тіла вздовж площини на 10 м. Коефіцієнт тертя між тілом та площиною 0,1. Визначити середню потужність, яку розвиває сила тяги.

Дано:

Розв'язання

$A_F = ?$ $A_{тер} = ?$ $A_N = ?$ $A_T = ?$ $A = ?$ $N = ?$

Покажемо на рисунку всі сили,

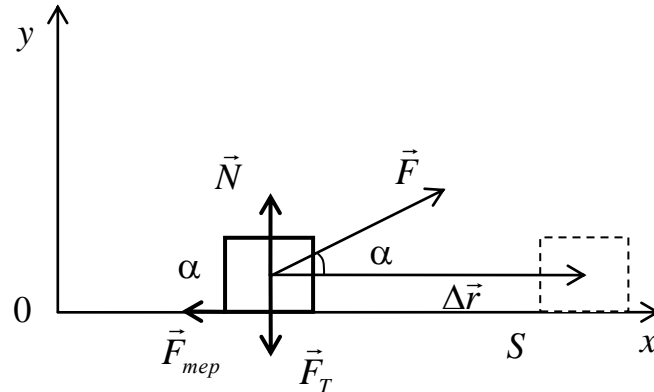
$$F = 100 \text{ Н}$$

$$m = 10 \text{ кг}$$

$$\mu = 0,1$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$S = 10 \text{ м}$$



що діють на тіло: сила тяжіння $\vec{F}_O = m\vec{g}$; сила \vec{F} , сила реакції опори \vec{N} , сила тертя $\vec{F}_{тер} = \mu\vec{N}$. Виберемо систему координат, як показано на рисунку.

1. Робота сили \vec{F} при переміщенні тіла на 10 м дорівнює

$$A_F = FS \cos \alpha.$$

2. Роботою сили тертя є

$$A_{тер} = F_{тер} S \cos \alpha_1,$$

де $\vec{F}_{тер} = \mu\vec{N}$;

α_1 – кут між напрямом сили тертя та переміщення $\Delta\vec{r}$, що дорівнює 180° , тоді

$$A_{тер} = -F_{тер} S = -\mu N S.$$

Силу N визначимо з розгляду проєкцій сил на вісь OY :

$$N + F \sin \alpha - mg = 0,$$

звідки

$$N = mg - F \sin \alpha,$$

тоді

$$A_{тер} = -\mu(mg - F \sin \alpha)S.$$

3. Робота сили реакції опори

$$A_N = NS \cos \alpha_2,$$

де α_2 – кут між векторами \vec{N} та $\Delta\vec{r}$, що дорівнює 90° , тоді $\cos 90^\circ = 0$, а $A_N = 0$.

4. Робота сили тяжіння

$$A_T = mgS \cos \alpha_3,$$

де α_3 – кут між векторами \vec{F}_T та $\Delta\vec{r}$, що дорівнює -90° , тоді

$$A_T = 0.$$

5. Сумарна робота A всіх сил, що діють на тіло, дорівнює

$$A = A_F + A_{тер} + A_T + A_N = A_F + A_{тер}.$$

Підставимо в отриману формулу вирази для A_F та $A_{тер}$:

$$A = FS \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha)S = S(F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha)).$$

6. Визначимо середню потужність, яку розвиває сила тяги на переміщення $\Delta \vec{r}$;

$$N = \frac{A_F}{t}.$$

Необхідно визначити час руху тіла.

Оскільки в горизонтальному напрямку діють дві сили: проекція сили тяги F та сила тертя $F_{\text{тер}}$, то прискорення, з яким рухається тіло,

$$a = \frac{F \cos \alpha - F_{\text{тер}}}{m} = \frac{F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha)}{m}.$$

З іншого боку, шлях при рівноприскореному русі

$$S = \frac{at^2}{2},$$

звідки

$$t = \sqrt{\frac{2S}{a}}.$$

Підставимо вираз для t , урахувавши вираз для прискорення a , у формулу потужності та отримаємо

$$N = \frac{F \cos \alpha}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{S(F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha))}{m}}.$$

Перевіримо розмірність та підставимо числові значення і виконаємо обчислення:

$$[A] = m(H - (\frac{\kappa\mathcal{Z} \cdot \mathcal{M}}{c^2} - H)) = H \cdot m = \text{Дж},$$

$$A_F = 100 \cdot 10 \cdot 0,866 = 866 \text{ (Дж)},$$

$$A_{\text{тер}} = 0,1(10 \cdot 10 - 100 \cdot 0,5)10 = -50 \text{ (Дж)},$$

$$A = 866 - 50 = 816 \text{ (Дж)}.$$

$$[N] = H \sqrt{\frac{m(H - H)}{\kappa\mathcal{Z}}} = H \sqrt{\frac{m \cdot \kappa\mathcal{Z} \cdot \mathcal{M}}{c^2 \cdot \kappa\mathcal{Z}}} = H \frac{m}{c} = \frac{\text{Дж}}{c} = \text{Вт},$$

$$N = \frac{100 \cdot 0,866}{1,41} \sqrt{\frac{10(100 \cdot 0,866 - 0,1(10 \cdot 10 - 100 \cdot 0,5))}{10}} = 555 \text{ (Вт)}.$$

Відповідь: $A_F = 866 \text{ Дж}$; $A_{\text{тер}} = -50 \text{ Дж}$; $A = 816 \text{ Дж}$; $A_N = 0$; $A_T = 0$; $N = 555 \text{ Вт}$.

Задача 3.9 Куля масою 10 г летить зі швидкістю 500 м/с та пробиває дошку товщиною 2 см. При цьому швидкість кулі зменшилась до 300 м/с. Визначити середню силу опору при рухові кулі в дощі.

Дано:

$$F_{c.o} - ?$$

$$m = 10 \text{ т} = 10^4 \text{ кг}$$

$$v_1 = 500 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$l = 2 \text{ см} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$v_2 = 300 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Розв'язання

Зміна кінетичної енергії кулі обумовлена дією на неї сили опору, робота якої

$$A = F_{c.o} l \cdot \cos \alpha,$$

де α – кут між напрямками сили опору \vec{F} та її переміщенням, $\alpha = 180^\circ$, тому

$$A = -F_{c.o} l.$$

Згідно з теоремою про кінетичну енергію

$$A = \Delta W_k,$$

де зміна кінетичної енергії кулі

$$\Delta W_k = W_{k2} - W_{k1} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

тоді

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = -F_{c.o} l,$$

або

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2} = F_{c.o} l,$$

звідки

$$F_{c.o} = \frac{m(v_1^2 - v_2^2)}{2l}.$$

Перевіримо розмірність та підставимо числові значення

$$[F_{c.o}] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2}{\text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н};$$

$$F_{c.o} = \frac{10^4 (25 \cdot 10^4 - 9 \cdot 10^4)}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 4 \cdot 10^4 (\text{Н}) = 40 (\text{кН}).$$

Відповідь: $F_{c.o} = 40 \text{ кН}$.

Задача 3.10 Кран піднімає вантаж масою 2 т на висоту 24 м за 2 хв. Знайти механічну потужність крана. Силами тертя знехтувати.

Дано:

$$N - ?$$

$$m = 2 \text{ т} = 2000 \text{ кг}$$

$$h = 24 \text{ м}$$

$$t = 2 \text{ хв.} = 120 \text{ с}$$

Розв'язання

Механічна потужність за означенням дорівнює

$$N = \frac{A}{t},$$

де A – механічна робота зовнішніх сил у процесі піднімання вантажу, що дорівнює зміні його потенціальної енергії:

$$A = W_{n2} - W_{n1} = mgh - 0 = mgh.$$

Тоді потужність

$$N = \frac{mgh}{t}.$$

Перевіримо розмірність та підставимо числові значення:

$$[N] = \frac{\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}}{\text{с}} = \text{кг} \frac{\text{м}^2}{\text{с}^3} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт};$$

$$N = \frac{2000 \cdot 10 \cdot 24}{120} = 4 \cdot 10^3 (\text{Вт}) = 4(\text{кВт}).$$

Відповідь: $N = 4 \text{ кВт}$.

Задача 3.11 Камінь масою 1 кг падає вертикально вниз з висоти 20 м зі швидкістю 10 м/с. При ударі камінь проникає у пісок на 10 см. Визначити середню силу опору рухові каміння у піску. Опір повітря не враховувати.

Дано:

Розв'язання

$F_{c.o} - ?$

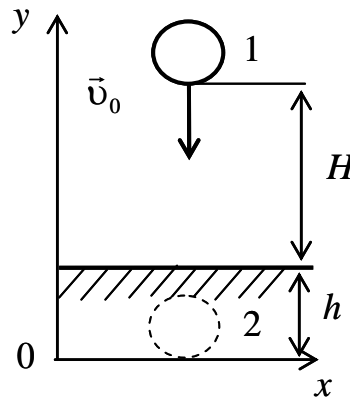
Виберемо систему координат XOY , початок якої визначається кінцевою точкою руху каменя 2.

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$H = 20 \text{ м}$$

$$v_0 = 10 \text{ м/с}$$

$$h = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$



Рівень OX – це нульовий рівень потенціальної енергії.

В точці 1 камінь має кінетичну та потенціальну енергії:

$$W_1 = \frac{mv_0^2}{2} + mg(H + h).$$

Зміна енергії каменя при його падінні обумовлена дією сил опору $F_{c.o}$, які при рухові каменя в піску виконують роботу

$$A_{c.o} = F_{c.o} h \cdot \cos 180^\circ = -F_{c.o} \cdot h.$$

Зміна енергії каменя

$$W_2 - W_1 = A_{c.o}.$$

У точці 2 $W_2 = 0$, оскільки $v = 0$, $\phi = 0$, тому $-W_1 = -F_{c.o} \cdot h$.

$$\frac{mv_0^2}{2} + mg(H + h) = F_{c.o} \cdot h,$$

звідки

$$F_{c.o} = \frac{m(v_0^2 + 2g(H + h))}{2h}.$$

Перевіримо розмірність та підставимо числові значення:

$$[F_{c.o}] = \frac{\kappa\mathcal{Z}\left(\frac{M^2}{c^2} + \frac{M}{c^2} \cdot M\right)}{M} = \frac{\kappa\mathcal{Z} \cdot M^2}{c^2 \cdot M} = H;$$

$$F_{c.o} = \frac{1(100 + 2 \cdot 10(20 + 0,1))}{2 \cdot 0,1} \approx 2510 (H) = 2,5 (\kappa H).$$

Відповідь: $F_{c.o} = 2,5 \kappa H$.

Задача 3.12 Транспортер піднімає 200 кг піску на автомобіль за 1 с. Довжина його стрічки 3 м, кут нахилу до горизонту 30° . ККД транспортера 85%. Обчислити потужність, яку розвиває його двигун.

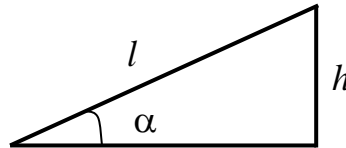
Дано:

N -?
 $m = 200 \text{ кг}$
 $t = 1 \text{ с}$
 $l = 3 \text{ м}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $\eta = 85\% = 0,85$

Розв'язання

ККД транспортера за означенням:

$$\eta = \frac{A_{\text{кор}}}{A_{\text{затр}}},$$



Корисна робота, виконана двигуном транспортера,

$$A_{\text{еіđ}} = mgh = mgl \sin \alpha.$$

При цьому затрачена робота двигуна

$$A_{\text{затр}} = N \cdot t,$$

тоді

$$\eta = \frac{mgl \sin \alpha}{Nt},$$

звідки

$$N = \frac{mgl \sin \alpha}{\eta t}.$$

Перевіримо розмірність

$$[N] = \frac{\kappa\mathcal{Z} \cdot M \cdot M}{c^2 \cdot c} = \frac{H \cdot M}{c} = \frac{\text{Дж}}{c} = \text{Вт}.$$

Підставимо числові значення та виконаємо обчислення

$$N = \frac{200 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 0,5}{0,85 \cdot 1} = 3529 (\text{Вт}) \approx 3,5 (\kappa\text{Вт}).$$

Відповідь: $N = 3,5 \kappa\text{Вт}$.

Задачі для самостійного розв'язання

- 1 Знайти імпульс вантажного автомобіля масою 10 т, який рухається зі швидкістю 36 км/год, і легкового автомобіля масою 1 т, який рухається зі швидкістю 25 м/с.
- 2 З якою швидкістю повинна летіти хокейна шайба масою 160 г, щоб її імпульс дорівнював імпульсу кулі масою 8 г, яка летить із швидкістю 600 м/с?
- 3 Потяг масою 2000 т, рухаючись прямолінійно, збільшив швидкість від 36 до 72 км/год. Знайти зміну імпульсу.
- 4 Матеріальна точка масою 1 кг рівномірно рухається по колу зі швидкістю 10 м/с. Знайти зміну імпульсу за одну чверть періоду; половину періоду; період.
- 5 Візок масою 150 кг рухається по горизонтальній дорозі зі швидкістю 1 м/с. Назустріч йому біжить хлопчик масою 75 кг. Хлопчик стрибає на візок, після чого той зупиняється. З якою швидкістю біг хлопчик?
- 6 Дві кулі рухаються назустріч одна одній зі швидкостями 1 м/с та 0,5 м/с. Після пружного удару кулі стали рухатись у протилежні боки зі швидкостями 0,5 м/с та 1,5 м/с. Знайти масу другої кулі, якщо маса першої дорівнює 1 кг.
- 7 Вагон потяга масою 15 т рухається по горизонтальній ділянці залізничної колії зі швидкістю 1 м/с. Його наздоганяє другий вагон масою 20 т, який рухається зі швидкістю 2 м/с. Визначити швидкість вагонів після їх зчеплення.
- 8 З якою швидкістю буде рухатися ракета масою 20 кг після виходу з неї продуктів згоряння палива масою 1 кг зі швидкістю 2 км/с?
- 9 Візок рухається по горизонтальній поверхні зі швидкістю 0,5 м/с. Його наздоганяє другий візок, який рухається зі швидкістю 1,5 м/с. Після удару обидва візки продовжують рух в тому ж напрямку з однаковою швидкістю 1 м/с. Знайти відношення мас цих візків.
- 10 Із залізничної платформи, яка рухається горизонтально зі швидкістю 9 км/год, вистрелили із гармати в горизонтальному напрямку. Маса платформи із пушкою 20 т, маса снаряду 23 кг, його початкова швидкість 700 м/с. Визначити швидкість руху платформи після пострілу, якщо напрям пострілу протилежний напрямку руху платформи. Тертя не враховувати.
- 11 З платформи вистрелили із гармати під кутом 40° до горизонту. Маса платформи з пушкою 10 т, маса снаряда 25 кг, його початкова швидкість 600 м/с. Визначити швидкість руху платформи після пострілу. Тертя не враховувати.

- 12 Яку роботу виконує рівнодіюча всіх сил при розгоні автомобіля масою 5 т із стану спокою до швидкості 36 км/год на горизонтальній ділянці шляху?
- 13 Санчата рухаються рівномірно та прямолінійно по горизонтальній ділянці дороги. Яку роботу здійснить сила 50 Н, прикладена до мотузки, при переміщенні санчат на 100 м, якщо мотузка напрямлена під кутом 30° до горизонтальної площини.
- 14 Людина масою 70 кг піднімається по драбині довжиною 20 м на висоту 10 м. Яку роботу здійснить при цьому сила тяжіння?
- 15 Яку роботу виконує людина під час піднімання вантажу масою 2 кг на висоту 1 м із прискоренням 3 м/с^2 ?
- 16 Під дією двох взаємно перпендикулярних сил 30 і 40 Н тіло перемістилося на 10 м. Знайти роботу кожної сили окремо і роботу рівнодіючої сили.
- 17 Імпульс тіла дорівнює 8 кг м/с , а кінетична енергія 16 Дж. Знайти масу і швидкість тіла.
- 18 На якій висоті потенціальна енергія вантажу масою 2 т дорівнює 10 кДж?
- 19 Для розтягнення пружини на 4 мм необхідно виконати роботу 0,02 Дж. Яку роботу треба виконати, щоб розтягнути цю пружину на 4 см?
- 20 Знайти кінетичну енергію тіла масою 400 г, яке упало з висоти 2 м, на момент удару об землю.
- 21 Знайти потенціальну енергію тіла масою 100 г, кинутого вертикально вгору зі швидкістю 10 м/с, у вищій точці піднімання.
- 22 Тролейбус масою 15 т рушає із місця із прискоренням $1,4 \text{ м/с}^2$. Знайти роботу сили тяги і роботу сили опору на перших 10 м шляху, якщо коефіцієнт опору дорівнює 0,02. Якої кінетичної енергії набув тролейбус?
- 23 Автомобіль масою 2 т загальмував, пройшов шлях 50 м і зупинився. Знайти роботу сили тертя і зміну кінетичної енергії автомобіля, якщо дорога горизонтальна, а коефіцієнт тертя дорівнює 0,4.
- 24 Сила тяги надзвукового літака при швидкості польоту 2340 км/год дорівнює 220 кН. Знайти потужність двигунів літака в цьому режимі польоту.
- 25 Яку роботу треба виконати, щоб по площині з кутом нахилу 30° витягти вантаж масою 400 кг, прикладаючи силу, яка збігається за напрямком з переміщенням, на висоту 2 м при коефіцієнті тертя 0,3? Який при цьому ККД?

ТЕМАТИЧНИЙ КОНТРОЛЬ 1.3

ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ У МЕХАНІЦІ

- 1 ІМПУЛЬС ТІЛА – ЦЕ ...
- 2 ДРУГИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА В ІМПУЛЬСНІЙ ФОРМІ ...
- 3 ЗАМКНЕНА СИСТЕМА – ЦЕ ...
- 4 ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ ІМПУЛЬСУ: ...
- 5 РЕАКТИВНИЙ РУХ – ЦЕ ...
- 6 МЕХАНІЧНА РОБОТА – ЦЕ ...
- 7 ФІЗИЧНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ: ...
- 8 ПОТУЖНІСТЬ – ЦЕ ...
- 9 ККД – ЦЕ ...
- 10 ЕНЕРГІЯ – ЦЕ ...
- 11 КІНЕТИЧНА ЕНЕРГІЯ – ЦЕ ...
- 12 ПОТЕНЦІАЛЬНА ЕНЕРГІЯ – ЦЕ ...
- 13 КОНСЕРВАТИВНІ СИЛИ – ЦЕ ...
- 14 ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ МЕХАНІЧНОЇ ЕНЕРГІЇ: ...

**Основні формули розділу
«МЕХАНІКА»**

І КІНЕМАТИКА			
	Формули	Позначення	Одиниці вимірювання
1 Рівномірний прямолінійний рух			
1	$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$	\vec{v} - швидкість	м/с
2	$\vec{v} = const$	v - модуль швидкості	м/с
3	$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$	t - час	с
4	$S = v \cdot t$	$\Delta \vec{r}$ - переміщення	м
		S - шлях	м
5	$x = x_0 + vt$	x - координата	м
		x_0 - початкова координата	м
2 Рівнозмінний прямолінійний рух			
6	$v = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2}$	v - середня (шляхова) швидкість	м/с
7	$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0}$	a - прискорення	м/с ²
		$\Delta \vec{v}$ - зміна швидкості	м/с
8	$\vec{a} = const$		
9	$v = v_0 + at$	v_0 - початкова швидкість	м/с
10	$S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$	S - шлях	м
11	$S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$		
12	$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$	x - координата	м
3 Вільне падіння			
13	$v = gt = \sqrt{2gH}$	g - прискорення вільного падіння	$g = 9,8 \frac{м}{с^2}$
14	$H = \frac{gt^2}{2} = \frac{v^2}{2g}$	H - висота	м
15	$y = y_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$	y - координата	м
4 Рівномірний рух по колу			
16	$v = const, \omega = const$		
17	$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi v$	ω - кутова швидкість	рад/с

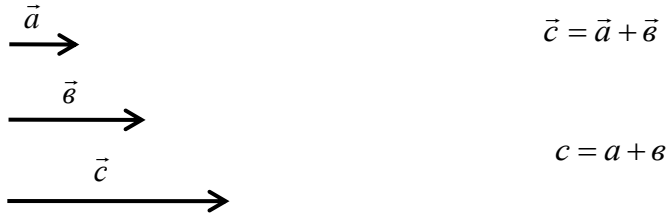
18	$T = \frac{t}{N} = \frac{1}{\nu}$	T - період	с
19	$\nu = \frac{N}{t} = \frac{1}{T}$	ν - частота обертання	1/с
20	$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R \nu = \omega R$	v - лінійна швидкість	м/с
21	$a_d = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$	a_d - доцентрове прискорення	м/с ²
II ДИНАМІКА			
1 Другий закон Ньютона			
22	$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$	\vec{F} - сила, m - маса	$H = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$,
23	$\vec{F} \Delta t = \Delta \vec{p}$	$\vec{F} \Delta t$ - імпульс сили $\Delta \vec{p}$ - зміна імпульсу тіла	кг Н м кг м/с
2 Третій закон Ньютона			
24	$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \quad (P = N)$	P – вага N – сила реакції опори	Н Н
3 Закон всесвітнього тяжіння			
25	$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$	G - гравітаційна стала r - відстань між тілами	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ м
4 Сили в механіці			
26	$F_T = mg$	F_T - сила тяжіння	Н
27	$F_{np} = -kx$	F_{np} - сила пружності k - жорсткість x - деформація	Н Н/м м
28	$F_{тер} = \mu N$	$F_{тер}$ - сила тертя μ - коефіцієнт тертя N - сила реакції опори	Н - Н
III ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ В МЕХАНІЦІ			
1 Імпульс тіла. Закон збереження імпульсу			
29	$\vec{p} = m\vec{v}$	\vec{p} - імпульс тіла (кількість руху)	кг м/с
30	$m_1\vec{v}_{01} + m_2\vec{v}_{02} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$ $m_1\vec{v}_{01} + m_2\vec{v}_{02} = (m_1 + m_2)\vec{v}$	m_1, m_2 - маси тіл $\vec{v}_{01}, \vec{v}_{02}$ - початкові швидкості $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}$ - кінцеві швидкості	кг м/с

2 Механічна робота. Потужність. ККД			
31	$A = FS \cos \alpha$	A - механічна робота	Дж= Н м
32	$N = \frac{A}{t} = F \cdot v$	N - потужність	Вт= Дж/с
33	$\eta = \frac{A_{\text{кор}}}{A_{\text{затр}}} \cdot 100\%$	$A_{\text{кор}}$ - корисна робота $A_{\text{затр}}$ - затрачена робота	Дж Дж
3 Механічна енергія. Закон збереження енергії			
34	$W_k = \frac{mv^2}{2}$	W_k - кінетична енергія	Дж
35	$W_n = mgh$	W_n - потенціальна енергія тіла над Землею	Дж
36	$W_n = \frac{kx^2}{2}$	W_n - потенціальна енергія пружно деформованого тіла	Дж
37	$A = \Delta W_k = W_{k2} - W_{k1}$	теорема про кінетичну енергію	
38	$A = -\Delta W_n = W_{n1} - W_{n2}$	формула зв'язку роботи та потенціальної енергії	
39	$W = W_k + W_n = \text{const} \Rightarrow$ $\Rightarrow W_{k1} + W_{n1} = W_{k2} + W_{n2}$	закон збереження механічної енергії	

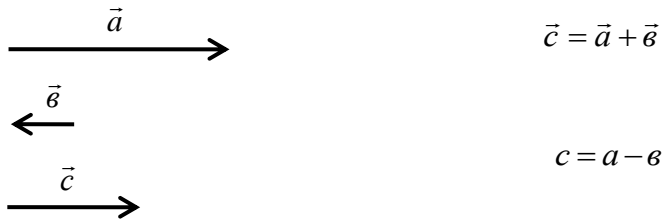
ДОДАТОК А
(обов'язковий)

1 ЕЛЕМЕНТИ ВЕКТОРНОЇ АЛГЕБРИ

1.1 Додавання векторів, які напрямлені в один бік:



1.2 Додавання векторів, які напрямлені в протилежні боки:



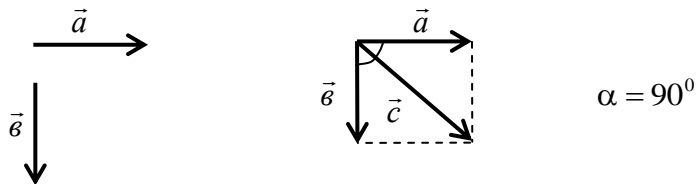
1.3 Додавання векторів, напрямлених під прямим кутом один до одного:
а) за правилом трикутника:



$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

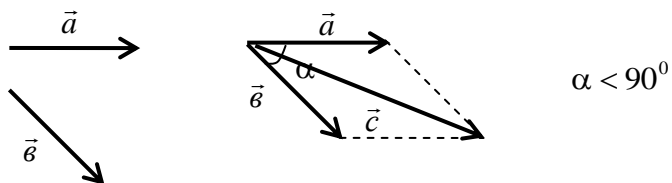
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

б) за правилом паралелограма:



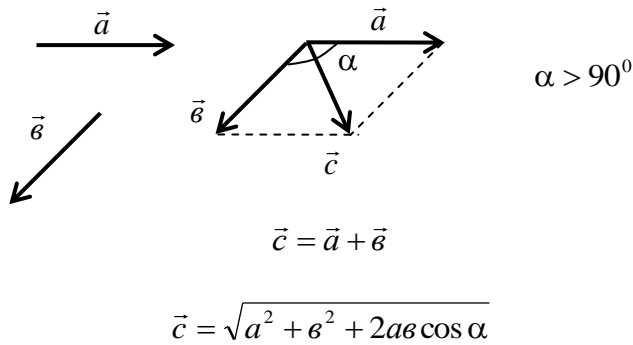
1.4 Додавання векторів, напрямлених під кутом один до одного:

а)

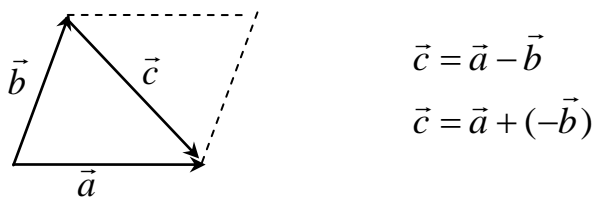


Продовження додатка А.

б)



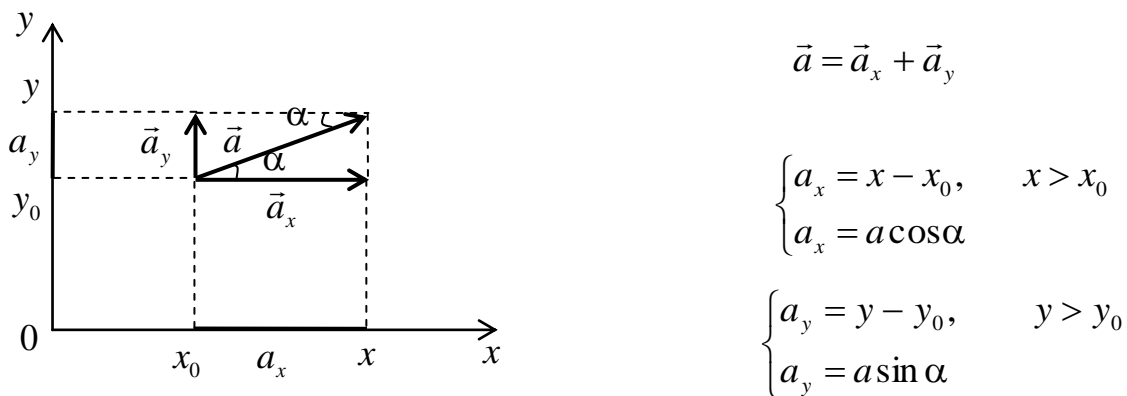
1.5 Віднімання векторів:



1.6 Скалярний добуток двох векторів:

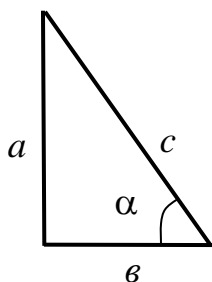
$$c = \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha = ab \cos \alpha$$

1.7 Розкладання вектора на складові. Проекції вектора на координатні осі:



2 ЕЛЕМЕНТИ ТРИГОНОМЕТРІЇ

2.1 Прямокутний трикутник та співвідношення його елементів

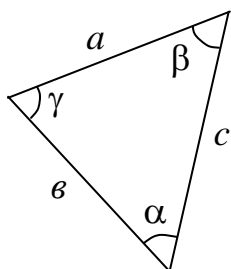


c – гіпотенуза трикутника;
 a – катет, протилежний куту α ;
 b – катет, прилеглий до кута α .

Гіпотенуза та катети прямокутного трикутника пов'язані між собою теоремою Піфагора

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

2.2 Довільний трикутник та співвідношення його кутів і сторін



Теорема косинусів

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma.$$

Теорема синусів

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}.$$

2.3 Тригонометричні функції кута

1) синус: $\sin \alpha = \frac{a}{c};$

2) косинус $\cos \alpha = \frac{b}{c};$

3) тангенс $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{a}{b};$

4) котангенс $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{b}{a}.$

Функції	Кути					
	0°	30°	45°	60°	90°	180°
$\sin \alpha$	0	0,5	$\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,71$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0,87$	1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0,87$	$\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,71$	0,5	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3} = 0,58$	1	$\sqrt{3} = 1,73$	–	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	–	$\sqrt{3} = 1,73$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3} = 0,58$	0	–

3 ЗАПИС ЧИСЛА У СТАНДАРТНОМУ ВИГЛЯДІ. ДІЇ НАД СТУПЕНЯМИ ДЕСЯТИ

При вивченні фізики ми маємо справу з величинами (числами), які набагато більші або менші одиниці. Їх потрібно вміти записувати у стандартному вигляді і виконувати дії над ними.

3.1 Приклади запису числа стандартному вигляді:

$$0,000035 = 3,5 \cdot 10^{-5};$$

$$0,0000000006 = 6 \cdot 10^{-10};$$

$$42000000 = 4,2 \cdot 10^7;$$

$$51008300000000 = 5,1 \cdot 10^{14}$$

3.2 Приклади перенесення коми в будь-якому числі для приведення його до стандартного вигляду:

$$0,57 \cdot 10^{-4} = 5,7 \cdot 10^{-5};$$

$$34 \cdot 10^{-6} = 3,4 \cdot 10^{-5};$$

$$0,83 \cdot 10^6 = 8,3 \cdot 10^5;$$

$$67 \cdot 10^4 = 6,7 \cdot 10^5.$$

3.3 Властивості ступеня десяти:

$$10^a \cdot 10^b = 10^{a+b}; \frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b};$$

$$(10^a)^b = 10^{ab}; 10^0 = 1;$$

$$\frac{1}{10^a} = 10^{-a}; \sqrt[b]{10^a} = 10^{\frac{a}{b}}.$$

4 АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З ФІЗИКИ

- 1 Добре засвоїти теоретичний матеріал відповідного розділу фізики.
- 2 Записати коротку умову задачі.
- 3 Перевести одиниці вимірювання фізичних величин в систему СІ.
- 4 При необхідності зробити рисунок, показати напрям векторних величин.
- 5 Встановити закон, що лежить в основі умови задачі і записати його математичний вираз.
- 6 Встановити зв'язок між величинами, які входять до основної формули і даними умови задачі.
- 7 Розв'язати систему рівнянь відносно шуканих величин і отримати рішення в загальному виді.
- 8 Перевірити розмірність розрахункової формули.
- 9 Підставити числові значення фізичних величин та виконати обчислення.
- 10 Отримати числовий результат, проаналізувати його і записати відповідь.

5 МІЖНАРОДНА СИСТЕМА ОДИНИЦЬ (СИСТЕМА СІ)

Фізична величина	Позначення	Одиниця вимірювання	Позначення		Розмірність
			укр.	міжн.	
Основні одиниці					
Довжина	l	метр	м	m	
Маса	m	кілограм	кг	kg	
Час	t	секунда	с	s	
Сила електричного струму	I	ампер	А	A	
Температура	T	кельвін	К	K	
Сила світла	j	кандела	кд	kd	
Додаткові одиниці					
Плоский кут	φ	радіан	рад	rad	
Тілесний кут	Ω	стерадіан	ср	sr	
Похідні одиниці					
Площа	S	квадратний метр	m^2	m^2	
Об'єм	V	кубічний метр	m^3	m^3	
Швидкість	\vec{v}	метр за секунду	м/с	m/s	
Прискорення	\vec{a}	метр за с. в кв.	м/с ²	m/s ²	
Кутова швидкість	ω	радіан за с.	рад/с	rad/s	
Частота коливання	ν	герц	Гц	Hz	Гц=1/с
Густина	ρ	кг на куб.метр	кг/м ³	kg/m ³	
Сила	\vec{F}	ньютон	Н	N	Н=кг·м/с ²
Імпульс тіла	\vec{p}	кг·метр за с.	кг·м/с	kg·m/s	
Імпульс сили	$\vec{F} \cdot t$	ньютон-секунда	Н·с	N·s	
Момент сили	M	ньютон-метр	Н·м	N·m	
Робота, енергія	A, W	джоуль	Дж	J	Дж=Н·м
Потужність	N	ват	Вт	W	Вт=Дж/с
Тиск, механічна напруга	p	паскаль	Па	Pa	Па=Н/м ²
Кількість теплоти	Q	джоуль	Дж	J	
Молярна маса	M	кілограм на моль	кг/моль	kg/mol	
Кількість речовини	ν	моль	моль	mol	
Теплоємність	C	джоуль на кельвін	Дж/К	J/K	
Електричний заряд	q	кулон	Кл	C	Кл=А·с
Напруженість ел.поля	\vec{E}	вольт на метр	В/м	V/m	
Потенціал, напруга, е.р.с.	φ, U, ε	вольт	В	V	В=А·Ом
Електроємність	c	фарада	Ф	F	Ф=Кл/В
Електричний опір	R	ом	Ом	Ω	Ом=В/А
Магнітна індукція	\vec{B}	тесла	Тл	T	Тл=В·с/м ²
Магнітний потік	Φ	вебер	Вб	Wb	Вб=Тл·м ²
Індуктивність	L	генрі	Гн	H	Гн=Вб/А
Світловий потік	Φ	люмен	лм	lm	лм=кд·ср
Освітленість	E	люкс	лк	lx	лк=лм/м ²
Активність радіоакт.речов.	A	бекерель	Бк	B	Бк=1/с
Експозиційна доза	X	кулон на кг	Кл/кг	C/kg	
Поглинута доза випромін.	D	грей	Гр	Gy	Гр=Дж/кг

6 ОСНОВНІ ФІЗИЧНІ КОНСТАНТИ

Фізична стала	Позначення, величина, розмірність
Прискорення вільного падіння (нормальне)	$g = 9,80665 \text{ м/с}^2$
Гравітаційна стала	$G = 6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Стала Авогадро	$N_A = 6,0220 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Універсальна молярна газова стала	$R = 8,31441 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Стала Больцмана	$k = 1,380662 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Об'єм моля ідеального газу при н.у. ($p_0 = 101325 \text{ Па}$, $T_0 = 273,15 \text{ К}$)	$V_0 = 22,41383 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{моль}$
Атомна одиниця маси	$1 \text{ а.о.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 931,4 \text{ МеВ}$
Маса спокою електрона	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Маса спокою протона	$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Елементарний заряд	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Питомий заряд електрона	$e / m_e = 1,7588047 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Стала Фарадея	$F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}$
Електрична стала	$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнітна стала	$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Швидкість світла у вакуумі	$c = 2,99793 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Стала Планка	$h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$

7 МНОЖНИКИ ТА ПРЕФІКСИ ДЛЯ УТВОРЕННЯ ДЕСЯТКОВИХ КРАТНИХ І ДОЛЬНИХ ОДИНИЦЬ

Множник	Приставка		
	Назва	Позначення	
		укр.	міжн.
$1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 = 10^{18}$	екса	Е	Е
$1\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 = 10^{15}$	пета	П	Р
$1\ 000\ 000\ 000\ 000 = 10^{12}$	тера	Т	Т
$1\ 000\ 000\ 000 = 10^9$	гіга	Г	G
$1\ 000\ 000 = 10^6$	мега	М	M
$1\ 000 = 10^3$	кіло	к	k
$100 = 10^2$	гекто	г	h
$10 = 10^1$	дека	да	da
$0,1 = 10^{-1}$	деци	д	d
$0,01 = 10^{-2}$	санти	с	c
$0,001 = 10^{-3}$	мілі	м	m
$0,000\ 001 = 10^{-6}$	мікро	мк	μ
$0,000\ 000\ 001 = 10^{-9}$	нано	н	n
$0,000\ 000\ 000\ 001 = 10^{-12}$	піко	п	p
$0,000\ 000\ 000\ 000\ 001 = 10^{-15}$	фемто	ф	f
$0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001 = 10^{-18}$	атто	а	a

8 ЛАТИНСЬКИЙ АЛФАВІТ

Букви	Назва букв	Букви	Назва букв
<i>A a</i>	а	<i>N n</i>	ен
<i>B b</i>	бе	<i>O o</i>	о
<i>C c</i>	це	<i>P p</i>	пе
<i>D d</i>	де	<i>Q q</i>	ку
<i>E e</i>	е	<i>R r</i>	ер
<i>F f</i>	еф	<i>S s</i>	ес
<i>G g</i>	ге	<i>T t</i>	те
<i>H h</i>	аш	<i>U u</i>	у
<i>I i</i>	і	<i>V v</i>	ве
<i>J j</i>	йот	<i>W w</i>	дубль-ве
<i>K k</i>	ка	<i>X x</i>	ікс
<i>L l</i>	ель	<i>Y y</i>	ігрек
<i>M m</i>	ем	<i>Z z</i>	зет

9 ГРЕЦЬКИЙ АЛФАВІТ

Букви	Назва букв	Букви	Назва букв
<i>A α</i>	альфа	<i>N ν</i>	ню
<i>B β</i>	бета	<i>Ξ ξ</i>	ксі
<i>Γ γ</i>	гамма	<i>O o</i>	омікрон
<i>Δ δ</i>	дельта	<i>Π π</i>	пі
<i>E ε</i>	епсилон	<i>P ρ</i>	ро
<i>Z ζ</i>	дзета	<i>Σ σ</i>	сигма
<i>H η</i>	ета	<i>T τ</i>	тау
<i>Θ θ</i>	тета	<i>Υ υ</i>	іпсилон
<i>I ι</i>	йота	<i>Φ φ</i>	фі
<i>K Ϝ</i>	капа	<i>X χ</i>	хі
<i>Λ λ</i>	лямбда	<i>Ψ ψ</i>	псі
<i>M μ</i>	мю	<i>Ω ω</i>	омега

ВІДПОВІДІ ДО ЗАДАЧ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

1	0,314м; 0,2м	41	10^5 кг·м/с; $2,5 \cdot 10^4$ кг·м/с
2	-1м; 1с	42	30м/с
3	26,7м/с	43	$2 \cdot 10^7$ кг·м/с
4	25м/с	44	14кг·м/с; 20кг·м/с; 16Н
5	11,1м/с	45	2м/с
6	50с	46	0,75кг
7	4м/с	47	$\approx 1,57$ м/с
8	10с	48	≈ 105 м/с
9	54м	49	$m_1 : m_2 = 1$
10	-5м; 5м	50	3,3м/с
11	3м/с; 21м	51	1,15м/с
12	195м	52	$2,5 \cdot 10^5$ Дж
13	2,7с	53	$\approx 4,33$ кДж
14	$\approx 25,4$ м/с	54	-7кДж
15	$\approx 24,5$ м/с	55	26Дж
16	$2с^{-1}$	56	180Дж; 320Дж; 500Дж
17	0,01с	57	2кг; 4м/с
18	0,33с	58	5м
19	в 60 разів	59	2Дж
20	0,02с	60	8Дж
21	150Н	61	5Дж
22	$0,8$ м/с ²	62	240кДж; -30кДж; 210кДж
23	легкого удвічі більше	63	-400кДж; -400кДж
24	100Н	64	143МВт
25	2,7м/с	65	12кДж; 66%
26	$3 \cdot 10^5$ Н		
27	0,2		
28	$3,6 \cdot 10^3$ Н		
29	20Н; 0,04		
30	$3,3$ м/с ²		
31	$\approx 9,1$ м		
32	10 м/с ²		
33	2,4кН		
34	≈ 1 год 23хв		
35	$3,8$ м/с ²		
36	$6,45 \cdot 10^{23}$ кг		
37	7,57км/с, 95,5хв		
38	20м/с		
39	15кН		
40	950Н		